ADVANCED LEVEL

COMBINED MATHEMATICS

2022 *THEORY*

චලිත ප්‍රස්තාර

- ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාර 02 - 17
- ත්වරණ කාල ප්‍රස්තාර 17 - 18
- ප්‍රක්ෂිප්ත ආශ්‍රිත ගැටළු 18
- සාපේක්ෂ චලිතය ආශ්‍රිත ගැටළු 18 - 20
- දෛශික ආශ්‍රිත ගැටළු 20
- මිශ්‍ර ගැටළු 21 - 26

රුවන් දර්ශන
B.Sc. (*Hons*)
(University of Colombo)

චලිත ප්‍රස්තාර

Ruwan Darshana
B.Sc. (Hons)

2022 THEORY

ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාර

(1) නිසලතාවයෙන් ගමන් අරඹන වස්තුවක් a ඒකාකාර ත්වරණයකින් සරල රේඛීය මාර්ගයක ගමන් කර, ඉන්පසු එය එමෙන් දෙගුණයක මන්දනයක් යටතේ නිශ්චලතාවට පත්වේ. ගත වූ මුළු කාලය t නම් වස්තුව ගමන් කළ මුළු දුර සොයන්න.

(2) මෝටර් රථයක් d දුරක් යෑමට T කාලයක් ගනී. නිසලතාවෙන් ගමන් ආරම්භ කරන එම රථය, පළමුව a_1 ත්වරණයකින් ගමන් කර v උපරිම ප්‍රවේගයක් ලබාගනී. ඉන්පසු a_2 මන්දනයක් යටතේ චලිත වී නිශ්චලතාවට පත්වේ. $T = \sqrt{\dfrac{2d\,(a_1 + a_2)}{a_1 a_2}}$ හා $V = \sqrt{\dfrac{2d\,a_1 a_2}{(a_1 + a_2)}}$ බව පෙන්වන්න.

(3) දුම්රියක් නිශ්චලතාවෙන් පටන්ගෙන 2.5 km දුරක් ගෙවා මිනිත්තු 3 කදී යළිත් නිශ්චලතාවට පත්වේ. එය ලබාගන්නා වැඩිම වේගය 25ms^{-1} වේ. ත්වරණය හා මන්දනය සමාන නම්, දුම්රිය උපරිම වේගයෙන් ගමන් කළ කාලය හා දුර සොයන්න.

(4) නිශ්චලතාවෙන් ගමන් අරඹන වස්තුවක් සරල රේඛීය මාර්ගයක් දිගේ පළමුව a ඒකාකාර ත්වරණයකින් ද ඉන්පසු ඒකාකාර ප්‍රවේගයකින් ද අවසානයේ a ඒකාකාර මන්දනයකින් ද ගමන් කර නිශ්චලතාවට පත්වේ. ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කළ කාලය T ද ගමනට ගතවූ මුළු කාලය t ද වේ. ගමන් කළ මුළු දුර $\dfrac{a}{4}\,(t^2 - T^2)$ බව පෙන්වන්න.

(5) නිශ්චලතාවයෙන් ගමන් අරඹන $\dfrac{15}{11}\ \text{ms}^{-2}$ දුම්රියක් ඒකාකාර ත්වරණයකින් 1320m ද ඊළඟ 6km ඒකාකාර ප්‍රවේගයකින් ද ගමන් කරයි. ඉන්පසු $\dfrac{5}{12}\ \text{ms}^{-2}$ ක ඒකාකාර මන්දනයකින් ද ගමන් කර නිශ්චලතාවට පත්වේ. ගමනට ගත වූ මුළු කාලය, දුම්රිය ලබාගන්නා උපරිම ප්‍රවේගය හා මන්දනය යටතේ ගමන් කළ දුර සොයන්න.

(6) සරල රේඛීය මාර්ගයක් දිගේ ඒකාකාර ත්වරණයකින් ගමන් කරන අංශුවක් ගමනේ දෙවැනි තත්පරය තුළදී 14m ක දුරක් ද තුන්වැනි තත්පය තුළදී 18m දුරක් ද ගමන් කරයි. අංශුවේ ත්වරණය, ආරම්භක ප්‍රවේගය, පළමුවැනි තත්පරයේ දී ගමන් කළ දුර හා පස්වැනි තත්පරයේ දී ගමන් කළ දුර සොයන්න.

(7) දුම්රියක් 108 kmh^{-1} වේගයෙන් ගමන් කරමින් තිබෙන අතර, තිරිංග යෙදීම නිසා එහි f ms^{-2} ඒකාකාර මන්දනයක් ඇති වේ. වේගය 54 kmh^{-1} දක්වා අඩු වූ පසු, දුම්රිය මෙම වේගයෙන් එක්තරා දුරක් ගමන් කරයි. ඊළඟට එය 108 kmh^{-1} වේගයට නැවත එළඹෙන තුරු $\frac{f}{3}$ ms^{-2} ඒකාකාර ත්වරණයකින් ගමන් කරයි. තිරිංග යෙදීම ඇරඹූ මොහොතේ සිට, වේගය නැවත 108 kmh^{-1} අගයට එළඹෙන මොහොත දක්වා ගන්නා කාලය මිනිත්තු 10 ක්ද, මෙම කාලයේ දී දුම්රිය ගමන් කරන දුර 12 km ද වෙයි. දුම්රියේ චලිතය සඳහා වේග කාල ප්‍රස්තාරය ඇඳ, ඒ නයින් f හි අගය 54 kmh^{-1} සීඝ්‍රතාවයෙන් ගමන් කළ දුර හා වේගය අඩු කිරීම නිසා වැයවන අතිරේක කාලය ගණනය කරන්න.

(8) විදුලි සෝපානයක් A නම් පොලව තලයේ සිට Z නම් මුදුන් තල දක්වා ඉහළ නගී. Z තලයේ උස පොලවේ සිට h වේ. මෙය චලිත අවස්ථා 3 කින් සම්පූර්ණ කරන ලදී. පළමුව නිශ්චලතාවයෙන් පටන්ගෙන u(ms^{-1}) වේගයක් ලැබෙන තෙක් a_1(ms^{-2}) නියත ත්වරණයකින් ද, දෙවනුව u (ms^{-1}) නියත වේගයකින් t කාලයක් ද, අවසාන කොටසේදී a_2 (ms^{-2}) නියත මන්දනයකින් ද චලිත වී Z තලයේදී නිසල වේ. මුළු චලිතයට ම ගත් කාලය T නම්,

$T = \frac{u}{2}\left(\frac{u}{a_1} + \frac{u}{a_2}\right) + \frac{h}{u}$ බව පෙන්වන්න.

(9) (i) ගොඩනැගිල්ලක ඇති සෝපානයක් එහි පළමු මහලේ සිට h උසකින් පිහිටි ඉහළ ම මාලයට නැගෙයි. මේ සඳහා ගන්නා මුළු කාලය T වේ. සෝපානය පළමු T/3 තුල ඒකාකාර ත්වරණයෙන් ඊලඟ T/3 කාලය තුල ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ද ගොස් අවසානයේ ඒකාකාර මන්දනයෙන් ගමන් කරයි. සෝපානයේ ප්‍රවේග-කාල වක්‍රයේ දළ සටහනක් අඳින්න. ත්වරණය = මන්දනය = $\frac{9h}{2T^2}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) ස්කන්ධය m වන කාසියක් සෝපානයේ බිම තිබේ. සෝපානයේ එක් එක් චලිත අවස්ථාවේදී සෝපානයේ බිමත්, කාසියත් අතර ඇතිවන ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

(10) මෝටර් රථයක් නිසලතාවයෙන් ආරම්භ වී ඒකාකාර f_1 ms^{-2} ත්වරණයකින් චලිත වී උපරිම ප්‍රවේගයට එළැඹී ඒ හා සමඟ ඒකාකාර f_2 ms^{-2} මන්දනයෙන් චලිත වී නිසලතාවයට පත්වේ. රථයේ මුළු විස්ථාපනය s නම්, ගත වූ කාලය තත්පර $\left[\frac{2s\,(f_1+f_2)}{f_1 f_2}\right]^{1/2}$ බව පෙන්වන්න.

උපරිම ප්‍රවේගයද ලබාගන්න. උපරිම ත්වරණය හා මන්දනය f ms^{-2} නම් චලිතයට අවම කාලය තත්පර $2\sqrt{\frac{s}{f}}$ බව පෙන්වන්න.

(11) A නම් දුම්රිය ස්ථානයකින් නිසලතාවයෙන් ගමන් අරඹන දුම්රියක් B නම් දුම්රිය ස්ථානයකට සේන්දු වේ. AB අතර දුරෙන් $\frac{1}{3}$ ක් ඒකාකාර f_1 ත්වරණයෙන්ද, ඉන්පසු ඒකාකාර V වේගයෙන්ද ගොස් අනතුරුව f_2 මන්දනයෙන් අවසාන $\frac{2}{5}$ කොටස ගමන් කරමින් B හිදී නිශ්චලතාවයට පත්වේ. A සිට B තෙක් යාමට දුම්රිය ගත් කාලය $V\left(\frac{7}{5f_1} + \frac{1}{f_2}\right)$ බව පෙන්වන්න.

(12) A, B වූ කලී ඇද නැති මාර්ගයක එකිනෙකට $2a$ දුරකින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යය දෙකකි. A හා B හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වූ C හිදී පාර හරහා කුඩා කාණුවක් කපා තිබේ. A හිදී u ප්‍රවේගයෙන් ගමනි අරඹන ලොරියක් AC කොටයේදී ඒකාකාර මන්දනයක් යටතේ චලනය වීමෙන් C හිදී v ප්‍රවේගයක් අයත් කරගනී. ලොරිය C හිදී කානුවේ වැටීම නිසා ඇතිවන ආවේගී ගැස්ම නිසා ලොරියේ ප්‍රවේගය w වලින් පහත වැටේ. ලොරිය ඊට පසු CB කොටසේදී මන්දනයක් යටතේ චලනය වීමෙන් B හිදී නිශ්චලතාවයට පත්වේ. ලොරියේ චලනය සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරයක් අඳින්න.

A වල සිට B දක්වා යාමට ලොරියට ගත වූ සම්පූර්ණ කාල $2a\left\{\dfrac{1}{u+v}+\dfrac{1}{v-\mathrm{w}}\right\}$ බව පෙන්වන්න. CB හා AC කොටස්වලදී මන්දනය සොයා $\mathrm{w} = v - (u^2 - v^2)^{1/2}$ නම් එම මන්දන දෙක එක හා සමාන බව පෙන්වන්න.

(13) A ලක්ෂ්‍යයකදී $7u$ කි.මී./පැ. ප්‍රවේගයකින් චලනය වූ මෝටර් රථයක් ඒකාකාර මන්දනයකින් යුතුව ගමන් කරමින් මීටර් 5d දුරින් පිහිටි B ලක්ෂ්‍යයක් කරා ළඟාවන විටම එන්ජිමේ දෝශයක් ඇතිවිය. එම මොහොතේහි වාහනයේ වේගය $5u$ වූ අතර වේගය වහාම $3u$ දක්වා අඩුකරන ලදී. මෙම වේගය ඒකාකාරව පවත්වා ගනිමින් තවත් මීටර් 3d දුරක් ගමන් කිරීමෙන් පසු රථය ඒකාකාර මන්දනයකින් යුතුව ගමන් කිරීමට සලස්වන ලදී. මන්දනයෙන් යුතුව ගමන් කළ දුර 2d මීටර් විය. ගමනට ගත වූ මුළු කාලය විනාඩි $57\mathrm{d}/300\,u$ බව පෙන්වන්න. අවස්ථා දෙකෙහි මන්දනවල අගයයන් සොයන්න.

(14) දුම්රියක් එකිනෙකට d දුරින් පිහිටි ස්ථාන දෙකක් අතර නිශ්චලතාවයේ සිට නිශ්චලතාවයට කෙටිම කාලයකදී චලිත වේ. දුම්රියේ ත්වරණයේ මන්දනයේ, වේගයේ උපරිම අගයන් f, f', u ය. මෙම චලිතයේදී දුම්රිය උපරිම වේගය ලැබුවේ නම් ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්ථාරයක් ඇඳ $\dfrac{\mathrm{d}}{u}-\dfrac{u}{2}\left(\dfrac{1}{f}+\dfrac{1}{f'}\right)$ කාලයක් උපරිම වේගයෙන් චලිත වූ බව පෙන්වන්න. මෙම චලිතයේදී දුම්රිය u වේගය නොලබයි නම් ඊට අනුරූප ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්ථාරය ඇඳ මුළු ගමනට ගතවන කාලය $\sqrt{2\mathrm{d}\left(\dfrac{1}{f}+\dfrac{1}{f'}\right)}$ බව පෙන්වන්න.

(15) රථයක් සරල රේඛීය මාර්ගයක් දිගේ $a\ (\mathrm{ms}^{-1})$ නියත ත්වරණයකින් ගමන් කරයි. ප්‍රවේගය $u\ (\mathrm{ms}^{-2})$ වන A නම් ස්ථානයේ දී රියදුරා ඉදිරියෙන් කිසියම් බාධාවක් දකී. එහෙත් ඔහු තවත් T (s) කාලයක් ඉහත ත්වරණයෙන් ම ගමන් කර ඉන්පසු b (ms^{-2}) නියත මන්දනයක් යටතේ B නම් ස්ථානයේ දී නිශ්චලතාවයට පත්වේ. ප්‍රවේග-කාල වක්‍රයක් මගින් AB = d නම්,
$2\mathrm{db} = u^2 + 2\,(a + \mathrm{b})\,u\mathrm{T} + a\,(a + \mathrm{b})\,\mathrm{T}^2$ බව පෙන්වන්න.

(16) එක්තරා නගරයක වාහනවල වේග සීමාව u වේ. $v\ (> u)$ වේගයකින් ධාවනය වන මෝටර් රථයක රියදුරා නගර සීමාව එළඹීමට පෙර වේග සීමාව සඳහන් කළ පුවරුව පසුකරන මොහොතෙහි තිරිංග යොදවන්නේ රථයට f ඒකාකාර මන්දනයක් ලැබෙන පරිදියි. නගර

සීමාවට ඇතුල්වන මොහොතේ රථයේ වේගය u වේ. තවදුරටත් f මන්දනයකින් ගමන් ගන්නා රථය කිසියම් අවම වේගයක් ලබාගත් විගස $2f$ ත්වරණයකින් යුතුව චලනය වීමට සලස්වන ලදී. 6d දුරින් පිහිටි නගර සීමාවේ කෙලවර පසුකර යන මොහොතේ වේගය u වේ. ප්‍රවේග කාල වක්‍රයක් ඇඳ, එහි අවම වේගය ද, නගර පසුකර යාමට ගත් මුළු කාලය ද, වේග සීමා පුවරුවේ සිට නගර සීමා පුවරුවට ඇති දුර ද සොයන්න.

(17) බස් රථයක් u ප්‍රවේගයෙන් සෘජු මාර්ගයක ගමන් කරයි. මාර්ගයෙහි A ලක්ෂ්‍යය වෙත රථය පැමිණෙන විට a දුරක් ඉදිරියේ ඇති H බස් නැවතුම්පොලෙහි බැසීමට මගියෙක් සීනුව නාද කරයි. AB = BC = CH = $a/3$ වන A, B, C ලක්ෂ්‍යය වෙත පැමිණෙන අවස්ථාව රියදුරා අනුක්‍රමයෙන් රථයට තිරිංග යෙදීම නිසා AB, BC, CH අවකාශ අන්තරයන්හි පිළිවෙලින් f, $2f$, $3f$ ඒකාකාර මන්දන යටතේ චලනය වී H හිදී නිසලතාවයට පැමිණේ. බස් රථයේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග-කාල වක්‍රයක් ඇඳ $f = \dfrac{u^2}{4a}$ බව පෙන්වන්න.

(18) පතල් වලක ආරෝහකයක පහතට යන ගමනේ මුල් කොටස f ඒකාකාර ත්වරණයකින් ද, ඉතිරි කොටස $2f$ ඒකාකාර මන්දනයකින් ද චලිත වේ. වලේ ගැඹුර h ද, නිසලතාවයේ සිට එයට පහල බැසීමට t කාලයක් ගතවේද නම් $h = 1/3\, ft^2$ බව පෙන්වන්න.

(19) ආරෝහකයක් පළමුව f නියත ත්වරණයකින් ද, ඉන්පසු නියත ප්‍රවේගයකින් ද ඉහල නැග f නියත මන්දනයක් යටතේ නිසල වේ. එය ඉහල නැගි මුළු දුර h ද, ඒ සඳහා ගතවූ මුළු කාලය t ද නම් ආරෝහකය නියත ප්‍රවේගයෙන් චලිත වූ කාලය $\sqrt{t^2 - \dfrac{4h}{f}}$ බව පෙන්වන්න.

(20) විදුලි සෝපානයක් නිශ්ලවතාවයේ සිට a නියත ත්වරණයක් සහිතව ආරෝහණය වීමට පටන්ගනී. ඉන්පසු නියත වේගයෙන් චලිත වන සෝපානය $2a$ නියත මන්දනයක් යටතේ නිසල වේ. චලිත වූ මුළු දුර d සහ ගතවූ කාලය T නම් නියත ප්‍රවේගයෙන් චලිත වූ කාලය $\sqrt{T^2 - \dfrac{3d}{a}}$ බව පෙන්වන්න.

(21) A, B දුම්රිය නැවතුම්පොළ දෙකක් අතර දුර 10 km වේ. ගතවන කාලය විනාඩි 5 ක් වේ. නිසලතාවයෙන් ආරම්භ වන දුම්රියක් $a_1\,\mathrm{ms}^{-2}$ ත්වරණයෙන් චලිත වී ඉන්පසු $a_2\,\mathrm{ms}^{-2}$ මන්දනයෙන් චලිත වී නිසල වේ. $\dfrac{1}{a_1} + \dfrac{1}{a_2} = \dfrac{9}{2}$ බව පෙන්වන්න.

(22) වස්තුවක් සරල රේඛාවක ඒකාකාර ත්වරණයෙන් චලිත වේ. අනුයාත තත්. t_1, t_2 කාලවලදී a, b m දුර පිළිවෙලින් ගෙවා යයි. වස්තුවේ ඒකාකාර ත්වරණය $2\,(bt_1 - at_2) / t_1t_2\,(t_2 - t_1)$ බව පෙන්වන්න.

$b = a$ විට වස්තුවේ ආරම්භක ප්‍රවේගය $a\left(\dfrac{1}{t_2} + \dfrac{1}{t_1}\right)$ බව පෙන්වන්න.

(23) ඒකාකාර $f\ \text{ms}^{-2}$ මන්දනයෙන් චලිත වන මෝටර් රථයක් A, B, C පාලම් තුනක් පසුකර යයි. AB = BC = am වේ. A සිට B ට යෑමට රථය ගත් කාලය t_1 s ද, B සිට C ට කාලය t_2 s ද වේ. $f t_1 t_2 (t_1 + t_2) = 2a (t_2 - t_1)$ බව පෙන්වන්න. B හි දී රථයේ ප්‍රවේගය $a \dfrac{(t_1^2 - t_2^2)}{t_1 t_2 (t_1 + t_2)}$ බව පෙන්වන්න.

(24) X ලක්ෂ්‍යයක සිට ගමන් අරඹන මෝටර් රථයක් $f\ \text{ms}^{-2}$ ඒකාකාර ත්වරණයකින් යුතුව චලනය වී $u\ (\text{kmh}^{-1})$ උපරිම ප්‍රවේගයක් ලබාගනී. මෝටර් රථය u නියත ප්‍රවේගයකින් ටික දුරක් ගමන් කර ඉන්පසු $3f\ (\text{ms}^{-2})$ ඒකාකාර මන්දනයකින් යුතුව චලනය වී v kmh ලක්ෂ්‍යයකදී වේගයක් ලබාගනී. $XY \geq \dfrac{25\ (4u^2 - v^2)}{1944 f}$ නම් පමණක් ඉහත ආකාරයේ චලිතයක් පැවතිය හැකි බව පෙන්වන්න.

(25) වනගත මාර්ගයක ධාවනය වන ශීඝ්‍රගාමී දුම්රියක් A හා B දුම්රිය ස්ථාන දෙකක් අතර $u\ \text{ms}^{-1}$ මධ්‍යක වේගයකින් ගමන් කළ යුතුව ඇත. එක්තරා දිනයකදී මාර්ගයට අවතීර්ණය වූ අලි රංචුවක් නිසා Ts කාලයක් දුම්රිය නවතා තැබීමට සිදුවිය. එවිට දුම්රිය $a_1\ \text{ms}^{-2}$ ඒකාකාර මන්දනයකින් යුතුව නිශ්චලතාවයට පත්වූ අතර පසුව $a_2\ \text{ms}^{-2}$ ඒකාකාර ත්වරණයකින් යුතුව $u\ \text{ms}^{-1}$ වේගය නැවත ලබාගනී.
ප්‍රවේග-කාල වක්‍රය ඇඳ දුම්රිය නවතා තැබීම නිසා සිදුවූ ප්‍රමාදය සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලබාගන්න. a_1 සහ a_2 ට තිබිය හැකි වැඩිතම අගය a නම් අඩුතම ප්‍රමාදය $\dfrac{(u + a\text{t})}{f}$ බව පෙන්වන්න.

(26) l දිගැති දුම්රියක් $2l$ දිගැති වේදිකාවක් වෙත ළඟා වේ. දුම්රියේ ඉදිරි කෙළවර වේදිකාව වෙත ළඟාවන මොහොතේ එහි ප්‍රවේගය u හා ත්වරණය a වේ. දුම්රියේ වේගය $2u$ දක්වා වැඩිවන තෙක්, එය ඒකාකාර ව ත්වරණය වී ඉන්පසු වේදිකාව පසුකරන තෙක් ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරයි. දුම්රියේ චලිතය දැක්වීම සඳහා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාරය අඳින්න. ඒ නයින්, වේදිකාව පසුකිරීමට ගතවන කාලය සොයන්න. $3u^2 = al$ නම්, දුම්රිය ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කළ කාලය $\dfrac{5l}{4u}$ බව පෙන්වන්න.

(27) au හා bu ප්‍රවේගවලින් O ලක්ෂ්‍යයක සිට චලිතය ආරම්භ කරන අංශු දෙකක්, එක ම දිශාවට bf හා af ඒකාකාර ත්වරණවලින් ගමන් කරයි. අංශු දෙකේ ප්‍රවේග සමාන වන විට ඒවා අතර දුර $\dfrac{u^2\ (\text{b} - a)}{2f}$ බව පෙන්වන්න.

(28) A දුම්රිය නැවතුම්පොළක සිට නිශ්චලතාවෙන් ගමන් අරඹන දුම්රියක් d' දුර ප්‍රමාණයක් f' ත්වරණයකින් ද, ඉන්පසු ඒකාකාර ප්‍රවේගයකින් ද, අවසාන $\dfrac{\text{d}}{2}$ දුර ප්‍රමාණය f_2 මන්දනයක් යටතේ ද චලිත වී, B නැවතුම්පොළේදී නිශ්චලතාවට පත්වේ. ලබාගත් උපරිම ප්‍රවේගය v ද, මුළු චලිතය සඳහා සාමාන්‍ය ප්‍රවේගය u ද වේ. A හා B අතර දුර d ය.

දුම්රියේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාරයක් අඳින්න. ඒ නයින්, $\dfrac{u}{v} = \dfrac{2d}{2d + 3d'}$ බව පෙන්වන්න. තව ද, මෙම චලිතය පැවතීමට නම්, $d > \dfrac{3}{2}$ d' විය යුතු බව ද පෙන්වන්න.

(29) නිසලතාවයෙන් ගමන් අරඹන අංශුවක් සරල රේඛාවක් ඔස්සේ ගමන් කරන්නේ a දුරක් ඒකාකාර ත්වරණයෙන්ද ඉන්පසු ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන්ද අවසාන කොටස ඒකාකාර මන්දනයෙන්ද ගමන් කොට නිසලතාවයට පත්වන සේය. මන්දනයේ විශාලත්වය ත්වරණයේ විශාලත්වය මෙන් දෙගුණයකි. අංශුව ගමන් කළ මුළු දුර b ය. ගත වූ මුළු කාලය T වෙයි. අංශුවේ චලිතයට ප්‍රවේග කාල වක්‍රයක් අඳින්න. එනයින්,

(i) අංශුවේ උපරිම වේගය $\left(\dfrac{3a + 2b}{2T}\right)$ බව,

(ii) ඒකාකාර වේගයෙන් ගමන් කළ දුර $\left(\dfrac{2b - 3a}{2}\right)$ බව පෙන්වන්න.

(30) වස්තුවක් සරල රේඛාවක ඒකාකාර ත්වරණයෙන් චලිත වේ. චලිතයේ අනුයාත තත්පර 2 කදී පිළිවෙලින් a(m) හා b(m) දුර වස්තුව චලිත වේ. අනුයාත තත්පර දෙකෙන් පළමු තත්පරය ආරම්භයේදී වස්තුවේ ප්‍රවේගය හා ඒකාකාර ත්වරණයද සොයන්න.

(31) එක පෙළට තබන ලද බාධක 3 ක් හරහා යන පරිදි වෙඩිල්ලක් තබන ලදී. බාධක අතර දුර a බැගින් නම් ද එක් එක් බාධක පසු කරන්නේ වෙඩි තැබූ මොහොතේ සිට පිළිවෙලින් t_1 , t_2 , t_3 යන කාලවලදී නම් සහ මන්දනය ඒකාකාර නම් එය, $\dfrac{2a\,(t_3 - 2t_2 + t_1)}{(t_3 - t_1)\,(t_3 - t_1)\,(t_2 - t_1)}$ බව පෙන්වන්න.

(32) අංශුවක් ABCD සරල රේඛාවක් දිගේ ඒකාකාරව ත්වරණය වේ. AB = a_1m, BC = a_2m, CD = a_3m වේ. අංශුව සමාන කාලවලදී මෙම a_1 , a_2 , a_3 දුර ගෙවා යයි. $a_3 = 2a_2 - a_1$ බව පෙන්වන්න. D හා A හි ප්‍රවේග අතර අනුපාතය $\dfrac{5a_2 - a_1}{3a_2 - a_2}$ බව පෙන්වන්න.
$a_1 = a$, $a_2 = 2a$ හා $a_3 = 3a$ විට D හා A හි ප්‍රවේග අතර අනුපාතය 7 : 1 බව පෙන්වන්න.

(33) නිසලතාවයෙන් ගමන් අරඹන විදුලි දුම්රියක් චලිතයේ පළමු භාගය a_1m^{-2} නියත ත්වරණයෙන් ද දෙවන භාගය $u$ms^{-1} ප්‍රවේගයෙන්ද අවසාන කොටස a_2m^{-2} නියත මන්දනයෙන් චලිත වී නිසල වේ. චලිතයේ සාමාවණය වේගය $\dfrac{3u}{4}$ නම් මුළු කාලයෙන් කුමන භාගයක් ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙනන් චලිත වූයේද?

(34) බස්රථයක් එක් නැවතුමක සිට ඊළඟ නැවතුම කරා චලනය වීමට t කාලයක් ගනී. බස් රථය ආරම්භයේදී තත්. λt කාලයක් ඒකාකාර ත්වරණයෙන් චලනය වේ. ඉන්පසු $u$ms^{-1} ප්‍රවේගයෙන් චලනය වේ. අවසන් කොටසේදී තත්. μt කාලයක් ඒකාකාර මන්දනයෙන් චලනය වේ.

ප්‍රවේග ප්‍රස්තාර භාවිතයෙන් චලිතයේ මධ්‍යයක වේගය $\frac{U}{2}(2-\lambda-\mu)$ බව පෙන්වන්න. තවද එහි ඒකාකාර ත්වරණය හා මන්දනය සොයන්න.

(35) දුම්රියක් නිශ්චලතාවයේ සිට ගමනක් සම්පූර්ණ කිරීමට T මුළු කාලයක් ගත කරයි. එය T/n කාලයක් තුල නිශ්චලතාවයේ සිට ඒකාකාර ත්වරණයෙන් ගමන් කරන අතර අවසානයේදී T/n කාලයක් තුල ඒකාකාර මන්දනයකින් ගොස් නිශ්චලතාවයට පත්වේ. (n – 2) T/n කාලයේදී දුම්රිය ඒකාකාර V වේගයෙන් ගමන් කරයි. දුම්රියේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්ථාරයක් ඇඳ මුළු ගමන සඳහා මධ්‍යන්‍ය වේගය $\frac{(n-1)V}{n}$ බව පෙන්වන්න.

(36) (a) දුම්රියක් s මුළු දුරක් ගමන් කිරීමේදී ps දුරක් නිසලතාවේ සිට ඒකාකාර ත්වරණයකින් ද, ඊළඟට ඒකාකාර V වේගයෙන් ද, අවසානයේදී qs දුරක් නිසලතාව දක්වා ඒකාකාර මන්දනයකින්ද ගමන් කරයි. මෙහි $p > 0$, $q > 0$ වන අතර $p + q < 1$ වන පරිදි වේ. චලිතය සඳහා සුදුසු v/t ප්‍රස්ථාරයක් ඇඳ මුළු ගමන සඳහා මධ්‍යන්‍යය වේගය $V/(1 + p + q)$ බව පෙන්වන්න.

(b) දුම්රියක් නිශ්චලතාවේ සිට නිශ්චලතාව දක්වා ගමනත් සම්පූර්ණ කිරීමට T මුළු කාලයත් ගත කරයි. එය pT කාලයක් තුල නිසලතාවේ සිට ඒකාකාර ත්වරණයෙන් ගමන් කරන අතර ගමන අවසානයේදී pT කාලයක් තුල ඒකාකාර මන්දනයකින් ගොස් නිසලතාවට පැමිණේ. මෙහි $p + q < 1$ වේ. අතරමැද කාලයේදී දුම්රිය V වේගයෙන් ගමන් කරයි. දුම්රියේ චලිත සඳහා v – t ප්‍රස්ථාරයක් ඇඳ මුළු ගමන සඳහා මධ්‍යන්‍යය වේගය $V/2\ (2 - p - q)$ බව පෙන්වන්න.

(c) ඉහත (a) සහ (b) මධ්‍යන්‍යය වේග වලින් වඩා විශාල කුමක්ද?

(37) දුම්රියක මුළු විස්ථාපනයෙන් $\frac{1}{p}$ දුරක් ඒකාකාර ත්වරණයෙන් ද ඉන්පසු දෙවන කොටස ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ද අවසාන $\frac{1}{q}$ කොටස ඒකකාර මන්දනයෙන් ද චලිත වී නිසලතාවයට පත්වේ. දුම්රියේ උපරිම ප්‍රවේගයෙන්, එහි සාමාන්‍ය වේගයත් අතර අනුපාතය $\left(\frac{pq + p + q}{pq}\right) : 1$ බව සාධනය කරන්න.

(38) අංශුවක් සරල රේඛාවක් ඔස්සේ ඒකාකාර මන්දනයක් යටතේ චලනය වේ. එය චලිතයේ a වන තත්පරයේදී මීටර් c දුරක් ද b වන තත්පරයේදී d දුරක්ද චලිත වේ. මෙහි $b > a$ බව දී ඇත. චලිතය නිරූපණය වන සේ ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරයක් නිර්මාණය කරන්න.

ඒ නයින් අංශුවේ මන්දනය තත්පරයට, තත්පරයට මීටර $\frac{c-d}{b-a}$ බව පෙන්වන්න.

a වන තත්පරය අරඹන මොහොතේදී අංශුවේ ප්‍රවේගය $\frac{(c-d) + 2c\,(b-a)}{2(b-a)}$ බව පෙන්වන්න.

(39) O ලක්ෂ්‍යයෙන් u ms^{-1} ප්‍රවේගයෙන් ආරම්භ වූ අංශුවක් t කාලයක් චලිත වූ පසු ඇතිවන ආවේගී බලය නිසා ප්‍රවේගය ku (k > 1) බවට පත් වී තවත් $\frac{t}{2}$ කාලයක් චලිත වේ. අංශුවේ විස්ථාපනය සොයන්න.

(40) නිසලතාවයෙන් ආරම්භ වූ අංශුවක් ඒකාකාර $a$ms^{-2} ත්වරණයෙන් තත්. t කාලයක් චලිත වූ පසු ඇතිවන ආවේගය නිසා ප්‍රවේගය දෙගුණ වී ඉන්පසු $\frac{a}{2}$ ms^{-2} ත්වරණයෙන් 2t කාලයක් චලිත වේ.

(i) පළමු ත්වරණය අවසානයේ ප්‍රවේගය හා සිදුකළ විස්ථාපනය සොයන්න.

(ii) අවසාන ප්‍රවේගය හා චලිතයේ මුළු විස්ථාපනය සොයන්න.

(41) a_1t ms^{-1} ප්‍රවේගයෙන් ආරම්භ වූ වස්තුවක් a_1 ms^{-2} ත්වරණයෙන් 2t කාලයක් චලිත වූ පසු ඇතිවන ආවේගය නිසා ප්‍රවේගය 2a_1t ms^{-1} වලින් වැඩිවේ. ඉන්පසු a_2 ms^{-2} මන්දනයෙන් චලිත වී නිසලතාවයට පත්වේ.

(i) උපරිම ප්‍රවේගය හා ත්වරණයෙන් විස්ථාපනය

(ii) ඒකාකාර මන්දනයෙන් චලිත වූ කාලය හා මන්දනයෙන් විස්ථාපනය

(iii) චලිතයට මුළු කාලය සොයන්න.

(42) A හා B යනු ඇද නැති මාර්ගයක එකිනෙකට මීටර් 2a දුරින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යය දෙකකි. AB වල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වූ C හි පාර හරහා කුඩා කාණුවක් කපා තිබේ. A හිදී 5u ms^{-1} ප්‍රවේගයෙන් ගමන් අරඹන ලොරියක් AC කොටසේ දී ඒකාකාර f_1 ms^{-2} මන්දනයෙන් චලිත වෙමින් C හිදී 4u ms^{-1} ප්‍රවේගයක් අයත්කර ගනියි. ලොරිය C හිදී කාණුවේ වැටීම නිසා ඇතිවන ආවේගී ගැස්සීම නිසා ලොරියේ ප්‍රවේගය v ms^{-1} වලින් පහත වැටෙයි. (v < 4u) ලොරිය ඊට පසු CB කොටසේ දී ඒකාකාර f_2 ms^{-2} මන්දනයක් යටතේ චලිත වෙමින් B හිදී නිසලතාවයට පත්වේ. ලොරියේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්ථාරයක් අඳින්න.

(43) ඒකාකාර ත්වරණයෙන් චලිත වන වස්තුවක් සිය චලිතයේ p වන q වන හා r වන තත්පරයේ දී ගෙවා ගිය දුර ප්‍රමාණය පිළිවෙලින් a, b, c වේ. a(q − r) + b (r − p) + c (p − q) = 0 බව පෙන්වන්න. 3 වන, 6 වන හා 9 වන තත්පරවලදී ගිය දුර පිළිවෙළින් a, b හා c නම්, 2b = a + c බව අපෝහනය කරන්න.

(44) ඒකාකාර මන්දනයකින් ගමන් කරන A මෝටර් රථයක් P නම් ලක්ෂ්‍යයක් පසුකරන මොහොතේ ප්‍රවේගය 2u වේ. t_1 කාලයකට පසු එහි ප්‍රවේගය u දක්වා අඩුවන අතර, ඉන්පසු දිගටම u ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් චලනය වේ. A රථය ඒකාකාර වේගයෙන් චලනය වීම ආරම්භ වන මොහොතේ B නම් වෙනත් රථයක් P සිට B චලනය වන දිශාවට ම ගමන් කිරීම ආරම්භ කරයි. B, f ඒකාකාර ත්වරණයකින් චලනය වන අතර, t_2 කාලයකට පසු එහි ප්‍රවේගය ku (k > 1) වේ. එතැන් සිට B , f ඒකාකාර මන්දනයකින් චලින වෙයි. රථ දෙකේම චලිතය සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාර එකම සටහනක අඳින්න.

ඒ මගින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ B රථය විසින් A පසුකර නොයාමට නම්, $2k + \frac{1}{k} \leq 4 + \frac{3t_1}{t_2}$ විය යුතු බව පෙන්වන්න.

(45) සමාන්තර දුම්රිය මාර්ග දෙකක් දිගේ ධාවනය වන A හා B නම් දුම්රිය එන්ජින් දෙකක්, එම මාර්ග අසල පිහිටි සිග්නල් කණුවක් එකම මොහොතේ පසු කරයි. ඒ අවස්ථාවේ දුම්රිය දෙකේ ප්‍රවේග පිළිවෙලින් $2u$ හා u ද, ත්වරණ පිළිවෙලින් f හා $\frac{3f}{2}$ ද වේ. ඊළඟ සිග්නල් කණුව පසුකරන විට, එන්ජින් දෙක නැවත එකම මට්ටමේ පිහිටන අතර, ඒ මොහොතේ සිට පිළිවෙලින් f හා f' ඒකාකාර මන්දනවලින් චලනය වීමට පටන් ගනී. එන්ජින් දෙකම ඊළඟ නැවතුම්පොළේදී නිශ්චලතාවට පත්වේ.

(i) B දුම්රිය නිශ්චලතාවෙන් චලිතය ආරම්භ කරන ලද්දේ නම්, පළමුවැනි සිග්නල් කණුව අසලට පැමිණෙන විට ගමන් කර ඇති දුර සොයන්න.

(ii) දෙවැනි සිග්නල් කණුව පසුකරන විට දුම්රිය එන්ජින් දෙකේ ප්‍රවේග හා ඒ සඳහා ගතවූ කාලය සොයන්න.

(iii) දෙවැනි සිග්නල් කණුවේ සිට දුම්රිය නැවතුම්පොළට ඇති දුර සොයන්න.

(iv) $36 f_1 = 49 f$ බව පෙන්වන්න.

(v) එන්ජින් දෙක දුම්රිය නැවතුම්පොළට ළඟාවෙන කාල අන්තරය සොයන්න.

(46) A නම් මෝටර් රථයක් නිසලතාවයෙන් චලිතය අරඹා t නම් ඒකාකාර ත්වරණයකින් ගමන් කර u නම් උපරිම ප්‍රවේගයක් ලබාගනී. A නම් රථය චලිතය අරඹනවාත් සමඟම v නම් ඒකාකාර ප්‍රවේගයකින් ගමන් කරන B නම් මෝටර් රථයක් A නම් රථය පසුකරයි. A නම් රථය B නම් රථය යළි මුණගැසෙනුයේ $S\left[>\left(\frac{U^2}{2f}\right)\right]$ නම් දුරක් ගමන් කිරීමෙන් පසුව වෙතොත් A නම් රථය $\left(\frac{s}{v}-\frac{u}{f}\right)$ කාලයක් ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කර ඇති බව පෙන්වන්න.
තවද $u^2v - 2fs\,(u - v) = 0$ බව ද පෙන්වන්න.

(47) A මෝටර් රථයක් O ලක්ෂ්‍යයකින් නිශ්චලතාවෙන් ගමන් අරඹා f ඒකාකාර ත්වරණයෙන් ගමන් කර $2u$ උපරිම වේගයක් ලබාගනී. A චලිතය අරඹනවාත් සමඟම ඒකාකාර වේගයෙන් ගමන් කරන B මෝටර් රථයක් O හිදී A පසුකර යයි. එම මෝටර් රථ දෙකේ චලිත සඳහා එකම සටහනක ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්ථාර අඳින්න. A හා B යළි මුණගැසෙන්නේ $x\left(>\frac{2u^2}{f}\right)$ දුරක් ගමන් කිරීමෙන් පසුව නම්,

(i) A රථය $\frac{xf - 2u^2}{2uf}$ කාලයක් ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරන බවත්,

(ii) $2u^2 = fx$ බවත් පෙන්වන්න.

(48) කාලය $t = 0$ දී A මෝටර් රථයක් නිශ්චලතාවයෙන් ගමන් අරඹා f ms^{-2} ඒකාකාර ත්වරණයෙන් ගමන් කර $4v$ ms^{-1} උපරිම ප්‍රවේගය ලබාගෙන එම ප්‍රවේගයෙන්ම දිගටම චලනය වේ. $3v$ ms^{-1} ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් චලනය වන B රථයක් $t = 0$ දී A පසුකර එම අතටම චලනය වේ. A, B යලි හමුවන විට A රථය $x \left(>\frac{12v^2}{f}\right)$ m දුරක් ගමන් කර ඇත්නම් $fx = 24\,v^2$ බවත් A රථය ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කළ කාලය $\frac{4v}{f}$ s බවත් පෙන්වන්න.

(49) A, B දුම්රිය දෙකක් x, y දුම්රියපොළ දෙකක් අතර පිහිටි සෘජු සමාන්තර මාර්ග දෙකක ගමන් කරයි. ඒවා x දුම්රියපොළෙන් එකම වේලාවට පිටත්ව තත්පර t ට පසු y වෙත ළඟා වේ. නිශ්චලතාවයෙන් ගමන් අරඹන A දුම්රිය වේගය u (ms^{-1}) වනතුරු f (ms^{-2}) ඒකාකාර ත්වරණයෙන් ගොස් ඉන්පසු ඒ ගමනෙහි කොටසක් u (ms^{-1}) ඒකාකාර වේගයෙන් ගෙවා අනතුරුව f ඒකාකාර මන්දනයෙන් ම ගමන්කර අවසානයේ y දුම්රියපොළේදී නිශ්චලතාවයට පැමිණේ. B දුම්රිය නිශ්චලතාවයෙන් ඇරඹී ටික වේලාවක් f' (ms^{-2}) ඒකාකාර ත්වරණයෙන් යම් වේගයක් ලබා ඉක්බිති y දුම්රියපොළේදී නිශ්චල වීමට පෙර ඒකාකාරව f' (ms^{-2}) සීඝ්‍රතාවයෙන් මන්දනය වේ. A, B දුම්රිය දෙකේ චලිත සඳහා ප්‍රවේග-කාල වක්‍රවල කටු සටහන් එකම රූපයේ අඳින්න.

$u\left[t - \frac{u}{f}\right] = \frac{1}{4} f' t^2$ බව පෙන්වන්න.

(50) P, Q දුම්රිය දෙකක් එකම මොහොතේදී A දුම්රිය ස්ථානයෙන් පටන්ගෙන B දුම්රිය ස්ථානයට පැමිණ නිසලතාවයට පත්වීමට සමාන්තර මාර්ගවල ගමන් කරයි. P දුම්රියට ගමනේ මුළු කාලයෙන් පළමු $\frac{1}{3}$ දී f නියත ත්වරණයකින් ද ඊළඟ $\frac{1}{3}$ කාලයේ දී නියත ප්‍රවේගයකින් ද අවසාන $\frac{1}{3}$ කාලයේ දී f නියත මන්දනයෙන් ද චලිත වේ. Q දුම්රියේ ගමනේදී එහි මුළු දුරෙන් මුල් $\frac{1}{3}$ දී f නියත ත්වරණයකින් ද ඊළඟ $\frac{1}{3}$ දුර ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ද අවසාන $\frac{1}{3}$ දුර ඒකාකාර f මන්දනයෙන් ද චලිත වේ. දුම්රිය දෙක A සිට B ට පැමිණීමට ගන්නා කාලයන් අතර අනුපාතය $\frac{3\sqrt{3}}{5}$ බව පෙන්වන්න.

(51) A සහ B දුම්රිය පොළවල් දෙකක් 10 km පරතරයකින් පිහිටා තිබේ. 60 kmh^{-1} ප්‍රවේගයෙන් A පසුකරන දුම්රියක් 8km ගෙවායන තුරු මෙම ප්‍රවේගය පවත්වාගෙන ඉක්බිති ඒකාකාර ලෙස මන්දනය වී නිශ්චලතාවයට පත්වේ. පළමු දුම්රිය A පසුකර යෑමට මිනිත්තු 12 කට පෙර නිසලතාවයෙන් A සිට පිටත්වන දෙවැනි දුම්රියක් එක්තරා කාලයක් මි$^{-1}$ පැ$^{-1}$ කි. මීටර් 5 ක ත්වරණයෙන් ඒකාකාර ලෙස ත්වරණය වී ඉක්බිති ඒකාකාර මන්දනය වී පළමු දුම්රිය සමග එකවිටම B හිදී නිශ්චලතාවයට පත්වේ. එකම අක්ෂ භාවිතා කර චලිත දෙක දැක්වෙන කාල-ප්‍රවේග වක්‍ර අඳින්න. ගමන සඳහා දෙවන දුම්රිය මිනිත්තු 24 ක් ගන්නා බව පෙන්වා එහි උපරිම ප්‍රවේගයත් ඒකාකාර මන්දනයත් සොයන්න.

(52) t = 0 වන විට X නගරයකින් පිටත්වන A මෝටර් රථයක් f_1 නියත ත්වරණයක් සහිතව චලිත වී එක්තරා කාලයකට පසු උපරිම ප්‍රවේගයක් ලබාගනී. A පිටත්වන මොහොතේ ම X නගරය පසුකර එම දිශාවට u වේගයෙන් ගමන් කරන B රථයකට f_2 නියත මන්දනයක් ඇති අතර A උපරිම වේගය ලබාගන්නා මොහොතේ ම B නිශ්චලතාවයට පත්වේ. ඉන්පසු A මෝටර් රථය නිශ්චලතාවයට පත්වන තෙක් f_1 නියත මන්දනයෙන් යුතුව ගමන් කරයි. B මෝටර් රථය t_0 කාලයක් පිරවුම්හලක නවතා තිබේ. ඉන්පසු එය f_2 නියත ත්වරණයක් ලබාගනිමින් චලනය වේ. Y නගරයක දී A මෝටර් රථය නිශ්චලතාවයට පත්වන මොහොතේ දී B මෝටර් රථය Y පසුකර යයි. A හා B සඳහා එකම සටහනේ ප්‍රවේග-කාල වක්‍ර ඇඳ $\left(1 - \frac{f_2 t_0}{u}\right)^2 + 1 = \frac{2f_1}{f_2}$ බව පෙන්වන්න.

(53) A දුම්රියක උපරිම වේගය $u\ (\mathrm{ms^{-1}})$ ක් වන අතර දුම්රියේ ඒකාකාර ත්වරණය හා මන්දනය $f\ (\mathrm{ms^{-2}})$ වේ. P දුම්රිය ස්ථානයෙන් ගමන් අරඹන A දුම්රිය Q දුම්රිය ස්ථානයේ t_3 කාලයක් නවතා තිබේ. ඉන්පසු නැවත ගමන් අරඹන A දුම්රිය R දුම්රිය ස්ථානයේ දී නිශ්චල වේ. P හා Q අතරේදී t_1 කාලයක් u ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ද, Q හා R අතරේදී t_3 කාලයක් u ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ද චලනය වේ. B නම් තවත් දුම්රියක් A දුම්රිය පිටත්වන මොහොතේම P දුම්රිය ස්ථානයේ සිට සමාන්තර දුම්රිය මාර්ගයක ගමන් අරඹා Q හි නොනවත්වා ගොස් R හිදී නිසලතාවයට පත්වන මොහොතේ දී A දුම්රිය ද, B දුම්රිය ස්ථානයට පැමිණ නිසලතාවයට පත්වේ. B දුම්රියේ ඒකාකාර ත්වරණය හා මන්දනය $f_1\ (\mathrm{ms^{-2}})$ වේ. A හා B දුම්රියක් ත්වරණයේ යෙදෙන කාල සමාන වේ. දුම්රිය $\left(t^1 + t_2 + t_3 + \frac{3u}{f}\right) f_1 = 2u + f\,(t_1 + t_3)$ බව පෙන්වන්න.

(54) මෝටර් රථ තරගයකදී A, B මෝටර් රථ දෙකක් $u\ \mathrm{ms^{-1}}$ හා $u_1\ \mathrm{ms^{-1}}$ ප්‍රවේග වලින් ආරම්භ වේ. රථ දෙක පිළිවෙලින් සමාන්තර සරල රේඛාවල $a\ \mathrm{ms^{-2}}$ හා $a_1\ \mathrm{ms^{-2}}$ ත්වරණ වලින් චලිත වේ. ජය පරාජයකින් තොරව තරඟය අවසන් වූයේ නම් තරඟ දුර $\frac{2(u^1 - u)\,(u^1 a - u a^1)}{(a - a^1)^2}$ බව පෙන්වන්න. A, B හි ප්‍රවේග u හා $2u$ ද ත්වරණ පිළිවෙලින් a, $\frac{a}{2}$ නම් තරඟ පථයේ දිග $\frac{12u^2}{a}\mathrm{m}$ බව පෙන්වන්න.

(55) මෝටර් රථ ධාවන තරගයකදී A මෝටර් රථය දිනුම් කණුවට 11d දුරක් මෙහායින් u වේගයකින් සහ $2f$ ඒකාකාර ත්වරණයකින් ද B මෝටර් රථයක් දිනුම් කණුවට 10d දුරක් මෙහායින් $2u$ වේගයකින් සහ f ත්වරණයකින් චලනය ද වෙමින් පැවතුණි. $3u^2 = 2f\mathrm{d}$ නම් $\frac{3u}{f}$ කාලයකදී A විසින් B පසුකර යන බවද පසුකිරීම සිදුවන ලක්ෂ්‍යයට දිනුම් කණුවේ සිට දුර 3d බවද පෙන්වීමට චලිත සමීකරණ භාවිතා කරන්න.

(56) A රථයක් නිශ්චලතාවයෙන් චලිත අරඹා $2f$ ඒකාකාර ත්වරණයෙන් සරල රේඛීයව චලිත වී u ප්‍රවේගයක් ලබාගත් විගසම $3f$ ඒකාකාර මන්දනයෙන් චලිත වෙයි. A ට d දුරක් ඉදිරිපසින් වූ ලක්ෂ්‍යයක සිට B රථයක් චලිතය අරඹන්නේ A ආරම්භ කල මොහොතේදීමය. B රථය නිශ්චලතාවයෙන් චලිතය අරඹා A හි චලිත දිශාවටම f නියත ත්වරණයෙන් චලිත වේ. A ට B පසු කළ නොහැකි වීම සඳහා ඉටුවිය යුතු අවශ්‍යතාවය වන්නේ $15u^2 < 96f\text{d}$ වීම බව පෙන්වන්න.

(57) සමාන්තර දුම්රිය මාර්ග දෙකක A, B දුම්රිය දෙකක් ඒකාකාර ත්වරණයෙන් ගමන් කරයි. A දුම්රිය B දුම්රිය පසුකරන මොහොතේ A හා B දුම්රියවල ප්‍රවේග පිළිවෙලින් v හා u වේ. $(v > u)$ t කාලයක් ගතවීමෙන් පසු B දුම්රිය A දුම්රිය පසුකර ගමන් කරයි නම් දුම්රිය දෙකේ චලිතය ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාරයක දක්වන්න. A දුම්රිය B දුම්රිය පසුකොට $t/2$ කාලයකට පසු දුම්රිය දෙකේ ප්‍රවේග සමාන වන බව ද, මෙම මොහොතේදී දුම්රිය දෙක එකිනෙකට $\dfrac{t\,(v-u)}{4}$ දුරකින් ඈත්ව ගමන් ගන්නා බව ද පෙන්වන්න. [$v > u$ වේ]

(58) සෘජු මහා මාර්ගයක් ඔස්සේ u ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ලොරියක් ධාවනය වේ. ලොරිය A ලක්ෂ්‍යය පසුකර යන මොහොතෙහි $\dfrac{u}{2}$ ප්‍රවේගයක් සහ f ඒකාකාර ත්වරණයක් සහිතව මෝටර් රථයක් ද, එම දිශාවටම A ලක්ෂ්‍යය පසුකර යයි. මෝටර් රථය ප්‍රවේගය λu $(\lambda > 1)$ වනතුරු ත්වරණය කොට f ඒකාකාර මන්දනයකින් චලනය වීමට පටන් ගනී. ලොරිය සහ මෝටර් රථය සඳහා එකම සටහනේ ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්ථාර ඇඳ $\lambda < 1 + \dfrac{\sqrt{2}}{4}$ නම් මෝටර් රථයට පසුකළ නොහැකි බව පෙන්වන්න.

(59) ඒකාකාර මන්දනයකින් යුතුව ධාවනය වන A මෝටර් රථයක් 2u වේගයකින් z ලක්ෂ්‍යයක් පසුකරගෙන යයි. t කාලයකට පසු රථයේ වේගය u දක්වා අඩුවූ අතර ඉන්පසු u ඒකාකාර වේගයෙන් රථය ධාවනය විය. A රථය ඒකාකාර වේගයෙන් ධාවනය වීමට ආරම්භ වන මොහොතෙහි පළමු මෝටර් රථය චලනය වූ දිශාවට B මෝටර් රථයක් z හි සිට පිටත් වේ. B මෝටර් රථය f ඒකාකාර ත්වරණයකින් චලනය වෙමින් t කාලයකට පසු ku (k > 1) වේගයක් ලබාගනී. ඉන්පසු B ඒකාකාර f මන්දනයකින් චලනය වේ. මෝටර් රථ දෙකේ ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාර එකම රූප සටහනේ ඇඳ $4\text{k} \leq 7 + \sqrt{41}$ නම්, B ට පසු A පසුකර යා නොහැකි බව පෙන්වන්න.

(60) B රථයක් X නැවතුම්පොළකින් නිසලතාවයෙන් පිටත්වන විටම v වේගයෙන් B හි දිශාවටම චලිත වන A රථයක් X පසු කරයි. A නියත ප්‍රවේගයෙන් චලිත වේ. B රථය f ත්වරණයෙන් චලිත වී $\dfrac{4u}{3}$ ප්‍රවේගයක් $\left(\dfrac{4u}{3} > v\right)$ ලබාගනී. එය මෙම ප්‍රවේගයෙන් $\dfrac{u}{2f}$ කාලයක් චලිත වී $2f$ මන්දනයක් ලබාගෙන නිශ්චලතාවට පැමිණේ. A සහ B හි චලිත සඳහා එකම සටහනේ ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාර අදින්න. B ට A පසුකළ නොහැකි නම් $v^2 - 10uv + 8u^2 \leq 0$ බව පෙන්වන්න.

(61) A මෝටර් රථයක් නිසලතාවයෙන් චලිතය අරඹා සරල රේඛාවක් ඔස්සේ f නියත ත්වරණයෙන් චලිත වී v ප්‍රවේගයක් ලබා අනතුරුව $2f$ නියත මන්දනයෙන් චලිත වී නිශ්චල වේ. එම මාර්ගය ඔස්සේම A හි දිශාවටම චලිත වන B රථයක් A චලිතය අරඹන දිශාවට චලිත වෙමින් $2u$ ප්‍රවේගයෙන් A පසුකරන්නේ A රථය චලිතය අරඹන මොහොතේදීමය. B රථය $2f$ මන්දනයෙන් චලිත වී නිශ්චලතාවයට එළඹ ටික වේලාවක් පැවතීමෙන් අනතුරුව නැවත f ත්වරණයක් යටතේ චලිත වේ. B නැවත චලිතය ඇරඹුයේ A උපරිම වේගය ලබාගත් මොහොතේදීමය. A ට B පසු කිරීමට නොහැකි වීම සඳහා ඉටුවිය යුතු අවශ්‍යතාවය නම් $2v^2 \leq 3u^2$ වීම බව පෙන්වන්න.

(62) A මෝටර් රථයක් සරල මාර්ගයක O ලක්ෂ්‍යයක සිට නිශ්චලතාවයෙන් චලිතය අරඹා f නියත ත්වරණයකින් චලිත වී u ප්‍රවේගයක් ලබා ඉන්පසු එම වේගයෙන් චලිත වේ. B මෝටර් රථයක් O හි සිටම චලිතය අරඹා A හි දිශාවටම f නියත ත්වරණයෙන් චලිත වී $2u$ ප්‍රවේගයක් ලබා ඉන්පසු F නියත මන්දනයෙන් චලිත වේ. B ට A පසුකළ නොහැකි වේ නම් $f < F$ බව පෙන්වන්න.

(63) නිසලතාවයේ සිට සිරස් ලෙස ගමන් අරඹන රොකට්ටුවක් පළමු තත්පර t කාලය තුල උඩු අතට 2g (ms^{-2}) ඒකාකාර ත්වරණයකින් ද, ඊලඟ තත්පර 2t කාලය තුල උඩු අතට g (ms^{-2}) ඒකාකාර ත්වරණයකින් ද, ගමන් කර ඉන් මතු ගුරුත්වය යටතේ නිදැල්ලේ වැටේ. රොකට්ටුවේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්ථාරයක් ඇඳ එමගින් රොකට්ටුව ගමන් කරන උපරිම උස $15\,t^2g$ (m) බවත්, බිමට පතිත වන විට රොකට්ටුවේ ප්‍රවේගය $\sqrt{30}\,tg$ (ms^{-1}) බවත් පෙන්වන්න.

(64) පොළොව මත වූ O ලක්ෂ්‍යයක සිට A අංශුවක් v ප්‍රවේගයෙන් සිරස්ව ඉහළට ප්‍රක්ෂේප කරන මොහොතේදීම O ට h දුරක් ඉහළින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක සිට B අංශුවක් u ප්‍රවේගයෙන් සිරස්ව පහළට ප්‍රක්ෂේප ලැබේ. අංශු දෙක ගැටෙන මොහොත දක්වා චලිත නිරූපණය කිරීමට ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්ථාර සටහන් කරන්න. ගැටෙන මොහොත වන විට A චලිත වී ඇති දුර මෙන් දෙගුණයක දුරක් B චලිත වී ඇත්නම් ගැටුමට ගතවූ කාලය $\dfrac{2(2v-u)}{3g}$ බව පෙන්වීමට ප්‍රස්ථාරය භාවිතා කරන්න. ගැටීමට ආසන්නතම අවස්ථාවේදී A නිශ්චල වේ නම් $2u = v$ බව අපෝහනය කරන $6u^2 = gh$ බවද පෙන්වන්න.

(65) බෝලයක් සිරස්ව ඉහළට $u\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් ලක්ෂ්‍යයකින් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. තත්. 2 කට පසු දෙවන බෝලයක් එම ලක්ෂ්‍යයෙන්ම $3u\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. බෝල දෙක හමුවීමට කාලය පළමු බෝලය ප්‍රක්ෂේප කළ මොහොතේ සිට සොයන්න. බෝල දෙක පළමු බෝලය ක්ෂණිකව නිසලවිට හමුවේ නම්, $u = (1 + \sqrt{2})\ g\ ms^{-1}$ බව පෙන්වන්න.

(66) H උස කණුවක් මුදුනේ සිට සීරුවෙන් ගලක් හෙලනු ලැබේ. එය h_1 දුරක් වැටී ඇති අවස්ථාවේ, කණුව මුදුනේ සිට h_2 දුරක් පහළින් වූ ලක්ෂ්‍යයක සිට තවත් ගලක් සීරුවෙන් අතහරිනු ලැබේ. ගල් දෙක ම එක විට පොළව මත පතිත වේ නම්, $H = \dfrac{(h_1 + h_2)^2}{4h_1}$ බව පෙන්වන්න.

(67) O ලක්ෂ්‍යයක සිට සිරස්ව ඉහළට u ප්‍රවේගයකින් ප්‍රක්ෂේප කරන ලද P අංශුවක් උඩු අතට චලිතයේ දී O සිට h උසකින් පිහිටි A ලක්ෂ්‍යයට එළඹී විට වෙනත් Q අංශුවක් O සිට එම ප්‍රවේගයෙන්ම සිරස්ව ඉහළට ප්‍රක්ෂේප කරන ලදී. අංශු දෙක A හිදී ම ගැටේ. අංශු දෙකේම චලිතය සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්ථාර එකම සටහනක අඳින්න. ඒ නයින් $9h = 8H$ බව පෙන්වන්න. මෙහි H යනු අංශු නඟින උපරිම උසයි.

(68) සිරස් පර්වතයක මුදුනේ සිට ප්‍රපාතයකට ගල් කැටයක් අතහරිනු ලැබේ. ගල් කැටයේ චලිතයෙහි අවසන් තත්පරයේ දී එය පර්වතයේ උස මෙන් k (< 1) ගුණයක දුරක් ඔස්සේ වැටෙයි. පර්වතයේ පතුලට ළඟාවීම සඳහා ගල්කැටය ගන්නා කාලය $\dfrac{1 + \sqrt{(1 - k)}}{k}$ බව පෙන්වා, g සහ k ඇසුරෙන් පර්වතයේ අස සොයන්න. $g = 10\ ms^{-2}$ සහ $k = \dfrac{15}{64}$ බව දී ඇත්නම්, පර්වතයේ උස කොපමණද?

(69) බැලුනයක් බිම O ලක්ෂ්‍යයක සිට $t = 0$ මොහොතේදී මුදාහරිනු ලැබේ. $f\ ms^{-2}$ ඒකාකාර ත්වරණයෙන් සිරස්ව ඉහළට චලිත වේ. O සිට $t = T$ විට, $u\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් ආරම්භ වූ A වස්තුවක් $\dfrac{f}{2}\ ms^{-2}$ ඒකාකාර මන්දනයෙන් සිරස්ව ඉහළට චලිත වේ. A වස්තුව හා බැලුනය සඳහා කාල-ප්‍රවේග වක්‍ර එකම සටහනේ ඇඳ A වස්තුව බැලුනය යන්තමින් ස්පර්ශ වේ නම්, $u = \dfrac{fT\sqrt{3}}{2}$ බව සාධනය කරන්න. A වස්තුව උපරිම උසෙහි ඇති විට, බිම සිට බැලුනයට උස $\dfrac{f}{2}\left(\dfrac{2u}{f} + T\right)$ බව පෙන්වන්න.

(70) බැලුනයක් $\dfrac{g}{3}$ නියත ත්වරණයකින් සිරස්ව ඉහළට චලිත වේ. බැලුනය මීටර් a උසක ඇතිවිට A නිරීක්ෂක වස්තුවක් මුදාහරිනු ලැබේ. A වස්තුව පොළොවට වීමට කාලය $\dfrac{\sqrt{6a}}{g}$ බව පෙන්වන්න. A වස්තුව මුදාහැර t කාලයකට පසු B නිරීක්ෂක වස්තුවක් අත හරිනු ලැබේ. B වස්තුව මුදාහැර t කාලයකට පසු A හා B වස්තු අතර දුර $2gt^2$ බව පෙන්වන්න. (i) A හි උපරිම උසෙහි ඇතිවිට A හා B අතර දුර $\dfrac{a}{3}$ බව පෙන්වන්න.

(71) අංශුවක් පොළොව මත ලක්ෂ්‍යයක සිට u ප්‍රවේගයෙන් සිරස්ව උඩු අතට ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. t කාලයේදී අංශුව උපරිම ලක්ෂ්‍යයේ සිට $\dfrac{h}{2}$ ගැඹුරින්ද 3t කාලයේදී උපරිම ලක්ෂ්‍යයේ සිට h ගැඹුරින්ද පිහිටයි. අංශුවේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්ථාරය නිර්මාණය කරන්න. $t = \dfrac{(1 + \sqrt{2})}{2}\sqrt{\dfrac{h}{g}}$ බව සාධනය කරන්න. අංශු නැති උපරිම උස $\dfrac{h}{g}(7 + 6\sqrt{2})$ බව සාධනය කරන්න.

(72) AB = $\frac{27u^2}{2g}$ වන B යනු A ට සිරස්ව ඉහළින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි. වස්තුවක් ගුරුත්වය යටතේ B සිට u ප්‍රවේගයෙන් A දෙසට ප්‍රක්ෂේපණය කෙරේ. ඊට $\frac{u}{g}$ කාලයකට පසුව A සිට $4u$ ප්‍රවේගයෙන් සිරස්ව ඉහළට තවත් වස්තුවක් ප්‍රක්ෂේපණය කෙරේ. වස්තූන් දෙක C හිදී හමුවන විට පළමු වස්තුව ගමන් කල කාලය සොයන්න. AC : CB = 4 : 5 බවත් පෙන්වන්න.

(73) A යනු පොළව මත ලක්ෂ්‍යයකි. B යනු A ට සිරස්ව $\frac{23u^2}{2g}$ දුරින් අවකාශයේ පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි. t = 0 වේලාවේ දී P අංශුවක් A වල සිට 4u ප්‍රවේගයෙන් සිරස්ව ඉහළට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. $t = \frac{u}{g}$ වේලාවේදී Q අංශුවක් B වල සිට u ප්‍රවේගයෙන් සිරස්ව පහළට ප්‍රක්ෂේප කරන ලදී. එකම සටහනක P හා Q ගේ ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්ථාර අඳින්න. එමගින් A වල සිට $\frac{15u^2}{2g}$ උසකදී P හා Q හමුවන බව පෙන්වන්න.

(74) රොකට්ටුවක් නිසලතාවයේ තිබී t = 0 මොහොතේ $\frac{g}{5}$ ත්වරණයකින් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. t = T කාලයක් ගත වූ පසු එන්ජිමේ දෝෂයක් නිසා ඒ මොහොතේම නියමුවා පැරෂුටයකින් ඉවතට පනී. පැරෂුටය දිග හැරීම, රොකට්ටුව ක්‍රියා විරහිත වීම යන දෙකම සිදුවන්නේ නියමුවාගේ ප්‍රවේගයේ දිශාව වෙනස් වන මොහොතේදී වේ. නියමුවා හා රොකට්ටුව එකම මොහොතේ ආරම්භක තිරස් තලයට වැටේ. පැරෂුටය ආරම්භක තලයට එන විට ප්‍රවේගය $\frac{gT}{(1 + \sqrt{6})}$ බව පෙන්වන්න.

(75) A වස්තුවක් බිම සිට u ප්‍රවේගයෙන් සිරස්ව ප්‍රක්ෂේපණය කරන අතර එය නගින උපරිම උසෙන් අඩක් ගියවිට අවකාශයේ නිසලව පිහිටි තවත් B වස්තුවක් සමඟ බද්ද වේ. සංයුක්තයේ ප්‍රවේගය අඩකින් අඩුවන්නේ නම් සංයුක්තය $\left[\frac{\sqrt{5} + 2\sqrt{2} - 1}{2\sqrt{2}}\right] \frac{u}{g}$ කාලයකදී බිමට එන බව පෙන්වන්න.

(76) හෙලිකොප්ටරයක් පොළොව මත වූ O ලක්ෂ්‍යයක සිට නිසලතාවයෙන් චලිතය අරඹා ඒකාකාර $\frac{g}{2}$ ත්වරණයෙන් සිරස්ව ඉහළට චලිත වේ. t කාලයකට පසු හෙලිකොප්ටරයේ සිට බෝම්බයක් අතහරිනු ලැබේ. බෝම්බය බිම පතිත වන විට හෙලිකොප්ටරයට O සිට උස, $\frac{3(2 + \sqrt{3})t^2g}{8}$ බව පෙන්වීමට ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්ථාරයක් භාවිතා කරන්න.

(77) රොකට්ටුවක් පොළොව මත ලක්ෂ්‍යයක සිට සීරුවෙන් ගුවන්ගත කෙරේ. රොකට්ටුව නියත g ත්වරණයක් සහිතව සිරස්ව ඉහළට චලිත වේ. t කාලයකට පසුව රොකට්ටුවෙන් A වස්තුවක් මුදාහරිනු ලැබේ. A වස්තුව එහි උපරිම ලක්ෂ්‍යයට එළඹෙන මොහොතේදී රොකට්ටුවේ සිට B වස්තුවක්ද මුදාහරිනු ලැබේ. ගුරුත්වජ ත්වරණය ද g ම වේ නම් ආරම්භයේ සිට 3t කාලයකට පසු A සහ B වස්තු අතර දුර $3gt^2$ බව පෙන්වීමට ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්ථාර භාවිතා කරන්න.

(78) ඒකාකාර ත්වරණයෙන් චලනය වන අංශුවක චලිතය සඳහා චලිත සමීකරණ ව්‍යුත්පන්න කරන්න. අංශුවක $t = 0$ දී O ලක්ෂ්‍යයක සිට u ප්‍රවේගයෙන් සිරස්ව ඉහළට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. $u^2 > 2gh$ නම් O සිට h ඉහළින් පිහිටි P ලක්ෂ්‍යයක් හරහා අංශුව දෙවතාවත් ගමන් කරන බව සමීකරණ භාවිතයෙන් පෙන්වන්න.

(i) අංශුව P හරහා යන අවස්ථා දෙකේදී $t = t_1$ සහ $t = t_2$ නම් $t_1 t_2 = \dfrac{2h}{g}$ බවත්

(ii) $t = \dfrac{t_1 + t_2}{2}$ වන විට අංශුවේ ප්‍රවේගය ශුන්‍ය වන බවත්

(iii) අංශුව ගමන් කරන උපරිම උස $\dfrac{u^2 t_1 t_2}{4h}$ බවත් පෙන්වන්න.

ත්වරණ කාල ප්‍රස්තාර

(79) වස්තුවක් u ප්‍රවේගයෙන් ආරම්භ වී, f නියත මන්දනයෙන් චලිත වී නිශ්චල වේත නැවත $2f$ නියත ත්වරණයෙන් චලිත වී $5u$ ප්‍රවේගයක් ලබාගනී.

(i) ත්වරණ කාල ප්‍රස්ථාරයක් මගින් ගතකල කාලයද,

(ii) ප්‍රවේග ප්‍රස්ථාරයක් මගින් චලනය වූ දුරද සොයන්න.

(80) වස්තුවක් නිශ්චලතාවයෙන් ආරම්භ වී, $3a$ නියත තවරණයෙන් ප්‍රවේගය u වනතෙක් චලිත වේ. ඉන්පසු $\dfrac{u}{a}$ කාලයක් u නියත ප්‍රවේගයෙන් චලිත වී, $2a$ නියත මන්දනයෙන් චලිත වී නිශ්චල වේ.

(i) ත්වරණ කාල වක්‍රයක් මගින් ගතකල කාලයද,

(ii) ප්‍රවේග-කාල වක්‍රයක් මගින් චලනය වූ දුරද සොයන්න.

(81) ආරෝහකයක පියස්සෙන් දුනු තරාදියක් මගින් ස්කන්ධය m වන අංශුවක් එල්ලා ඇත. ආරෝහකයේ උඩුකුරු චලිතය අදියර තුනකින් සිදුවෙයි. එය නිශ්චලතාවේ සිට චලිත වන මුල් t කාලය තුල තරාදි පාඨාංකය 5mg ද ඊළඟ t කාලය තුල තරාදි පාඨාංකය 3mg ද අවසාන අදියරේදී පාඨාංකය $\dfrac{mg}{2}$ ද වේ. අවසානයේ නිශ්චල වේ. එක් එක් අවස්ථාවේ දී ආරෝහකයේ ත්වරණය සොයන්න. ආරෝහකයේ චලිතය සඳහා ත්වරණ කාල ප්‍රස්ථාරයක් ඇඳ ඒ නයින් අවසාන අදියරේදී චලිත කාලය 12t බව පෙන්වන්න. ආරෝහකයේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්ථාරයක් ඇඳ එනයින් ආරෝහක චලිත වූ මුළු උස $43\,gt^2$ බව පෙන්වන්න.

(82) නගරාසන්න දුම්රියක් X නැවතුම්පලක සිට නිශ්චලතාවයෙන් ගමන් අරඹන්නේ 2 මී. තත්$^{-2}$ ඒකාකාර ත්වරණයකිනි. තත්පර 5 කට පසු ත්වරණ එක්වරම 4 මිනි තත් u^{-2} දක්වා වැඩිවේ. 18 මී. තත්$^{-1}$ උපරිම ප්‍රවේගයක් ලබාගන්නා තෙක් දුම්රිය මෙම ත්වරණයෙන් යුතුව චලනය වේ. ඉන්පසු විනාඩි 3 ක් එම වේගයෙන් ධාවනය වී ඊළඟ තත්පර 6, 2 මී. තත්$^{-2}$ ඒකාකාර මන්දනයකින් යුතුව චලනය වේ. ඉන්පසු 1 මී. තත්$^{-2}$ ඒකාකාර මන්දනයක් සහිතව ධාවනය

වෙමින් දුම්රිය Y නැවතුම්පළකදී නිශ්චලතාවයට පැමිණේ. ත්වරණ කාල සහ ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාර අඳින්න. XY දුර සොයන්න.

ප්‍රක්ෂිප්ත ආශ්‍රිත ගැටළු

(83) නිශ්චලතාවයේ සිට u ප්‍රවේගයෙන් තිරසට θ ප්‍රක්ෂේපණය කරන වස්තුවක උපරිම උස දක්වා චලිතය සලකමු.

(i) චලිත වූ තිරස් දුර,

(ii) විස්ථාපනය සොයන්න.

(84) තිරස් තලයක සිට h උසින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක සිට තිරස්ව u ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කළ වස්තුවක සිදු වූ විස්ථාපනය සොයන්න.

සාපේක්ෂ චලිතය ආශ්‍රිත ගැටළු

(85) A සහ B කුඩා ගල් කැට දෙකක් O ලක්ෂ්‍යයක තබා $t = 0$ වන විට u ආරම්භක ප්‍රවේගයෙන් A ගල් කැටය සිරස් ලෙස ඉහළට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. A පෙතේ ඉහළම ලක්ෂ්‍යයට පැමිණි විට O ලක්ෂ්‍යයේ සිට B ද, u ආරම්භක ප්‍රවේගයෙන් ම සිරස් ලෙස ඉහළට ප්‍රක්ෂේප කරන ලද නම්, $t = 0$ අවස්ථාවේ සිට B ට සාපේක්ෂව A අංශුවේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්ථාරයක් අඳින්න. එමඟින් $\dfrac{3u}{2g}$ කාලයක දී A හා B එකිනෙක ගැටෙන බව පෙන්වන්න.

(86) පොළව මත වූ P ලක්ෂ්‍යයක සිට u ආරම්භක ප්‍රවේගයකින් A වස්තුවක් සිරස් ව ඉහළට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. එය එහි ගමන් මාර්ගයේ උපරිම ලක්ෂ්‍යය කරා එළැඹෙන මොහොතේ, P ලක්ෂ්‍යයේ සිට B නම් තවත් වස්තුවක් $2u$ ප්‍රවේගයකින් සිරස් ව ඉහළට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. B ට සාපේක්ෂව A ගේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරය අඳින්න. ඒ නයින්, වස්තු දෙක ගැටීමට ගතවන කාලය $\dfrac{5u}{4g}$ බව පෙන්වන්න.

(87) A මෝටර් රථයක් 1$t = 0$ විට ආරම්භ වී $u\ \mathrm{ms^{-1}}$ ප්‍රවේගයෙන් චලිත වේ. $t = 0$ විට නිසලතාවයෙන් ආරම්භ වන B මෝටර් බයිසිකලයක් $a\ \mathrm{ms^{-2}}$ ත්වරණයෙන් චලිත වේ.

(i) A සමුද්දේශ රාමුවේ B ගේ ප්‍රස්තාරය t කාලයක් තුළ අඳින්න.

(ii) B සමුද්දේශ රාමුවේ A ගේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

(88) B නම් දුම්රියක් නිසලතාවයේ සිට $f\ \mathrm{ms^{-2}}$ නියත ත්වරණයකින් නැවතුම්පොළකින් පියත්වීමට $u\ \mathrm{ms^{-1}}$ නියත ප්‍රවේගයකින් ගමන් කරන A නම් දුම්රියක් එම නැවතුම්පොළ පසු කරයි. දුම්රිය දෙකම සමාන්තර පීළිවල එකම දිශාවට ගමන් කරයි. B දුම්රියේ ප්‍රවේගය ku $(k > 1)$ වනතුරු ත්වරණය කර ඉන්පසු f නියත මන්දනයකින් චලිත වී ඊළඟ නැවතුම්පොළේදී නතර වීමට රෝධක යොදනු ලැබේ.

(i) කාල-ප්‍රවේග ප්‍රස්ථාරය අඳින්න.

(ii) A සමුද්දේශ රාමුවේ B ගේ ප්‍රවේගය සඳහා කාල-ප්‍රවේග ප්‍රස්ථාර අඳින්න. එම ප්‍රස්ථාර දෙකින් ඕනෑම එකක් ඇසුරින් $\frac{k < 1 + 1}{\sqrt{2}}$ නම් B ට A පසුකල නොහැකි බව පෙන්වන්න.

(89) t = 0 විට A අංශුවක් v ms^{-1} ප්‍රවේගයෙන් සිරස්ව උඩු අතට O ලක්ෂ්‍යයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. t = T තත්පර විට, B අංශුවක් O වලින් v ms^{-1} ප්‍රවේගයෙන් සිරස්ව උඩු අතට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. B සමුද්දේශ රාමුවේ A ගේ චලිතයට කාල-ප්‍රවේග ප්‍රස්තාරය අඳින්න. එමගින් ගැටීමට කාලය $\frac{2v + gT}{2g}$ තත්පර බව පෙන්වන්න. O සිට අංශු ගැටෙන ලක්ෂ්‍යයට උස $\frac{4v^2 + gt^2}{8g}$ බව පෙන්වන්න.

(90) A, B අංශු දෙකක් t = 0 විට නිසලතාවයෙන් ආරම්භ වී එකම a ms^{-2} නියත ත්වරණයෙන් t කාලයක් චලිත වේ. t කාලය අවසානයේදී B මත බලය ඉවත් කිරීම නිසා එය ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් චලිත වේ. A පෙර පරිදිම a ms^{-2} ත්වරණයෙන් චලිත වේ. $t + t_1$ කාලයේ A හා B අතර දුර, B සමුද්දේශ රාමුවේ A ගේ චලිතය සඳහා කාල-ප්‍රවේග ප්‍රස්තාරයක් ඇඳ එමගින් ලබාගන්න.

(91) A මෝටර් රථයක් t = 0 මොහොතේදී 8 ms^{-1} ප්‍රවේගයෙන් O ලක්ෂ්‍යයක් පසුකර 4 ms^{-2} ඒකාකාර ත්වරණයෙන් සරල මාර්ගයක චලිත වේ. t = 2 විට B රථයක් නියත 32 ms^{-1} ප්‍රවේගයෙන් O ලක්ෂ්‍යය පසුකර පළමු මාර්ගයේම චලිත වේ. A හා B දෙවරක් හමුවන බව A ට සාපේක්ෂව A ගේ චලිතයට ප්‍රස්තාරයක් ඇඳ එමගින් පෙන්වන්න. හමුවීමට කාලය ද ලබාගන්න.

(92) X හා Y දුම්රිය නැවතුම්පොළවල් දෙකක් අතර පිහිටි සෘජු සමාන්තර මාර්ග දෙකක් ඔස්සේ ගමන් කරන A සහ B දුම්රිය දෙකක් X නැවතුම්පොළෙන් එකම වේලාවක දී පිටත්ව ඊට තත්පර t කාලයකට පසු එක විට Y නැවතුම්පොළ වෙත ළඟා වේ. A දුම්රිය නිශ්චලතාවයෙන් ගමන් ආරම්භ කර f_1 ms^{-2} ඒකාකාර ත්වරණයකින් ගමන් කර, u ms^{-1} ප්‍රවේගයක් ලබාගැනීමෙන් පසු ටික වේලාවක් ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කර ඉන්පසු f_1 ms^{-2} ඒකාකාර මන්දනයක් යටතේ ගමන් කර Y හි දී නිශ්චලතාවයට පත් වේ. B දුම්රිය නිශ්චලතාවයෙන් පටන්ගෙන ටික වේලාවක් f_2 ms^{-2} ඒකාකාර ත්වරණයකින් ද, ඉන්පසු f_2 ms^{-2} ඒකාකාර මන්දනයකින් ද ගමන් කර Y හිදී නිශ්චලතාවයට පත්වේ. A සහ B හි චලිතය සඳහා ප්‍රවේග-කාල වක්‍ර එකම රූප සටහනක අඳින්න. එනයින්, $u\left(t - \frac{u}{f_1}\right) = \frac{1}{2} f_2 t^2$ බව පෙන්වන්න. B ට සාපේක්ෂව A ගේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්ථාරය වෙනත් රූපයක අඳින්න.

(93) රොකට්ටුවක් ඒකාකාර ත්වරණයකින් සිරස්ව ඉහළ නගී. P නම් වස්තුවක් එම රොකට්ටුවේ සිට සීරුවෙන් මුදාහරිනු ලැබේ. ඉන් t_0 කාලයකට පසු Q නම් වෙනත් වස්තුවක් රොකට්ටුවේ සිට මුදාහරිනු ලබන අතර Q මුදා හැරීමෙන් t කාලයකට පසු P පොළවට වැටේ. රොකට්ටුවට සාපේක්ෂව P හා Q හි ත්වරණ සොයන්න. ගුරුත්වජ ත්වරණය g ලෙස ගන්න.

රොකට්ටුවට සාපේක්ෂව P හා Q හි චලිත සඳහා ප්‍රවේග-කාල වක්‍ර එකම රූප සටහනක අඳින්න. එනයින් P පොළව මත පතිත වන අවස්ථාවේ දී රොකට්ටුවට පොළව මට්ටමේ සිට ඇති උස සොයන්න. P හා Q අතර දුර $t_0\,(a + g)\left(t + \frac{t_0}{2}\right)$ බව පෙන්වන්න.

දෛශික ආශ්‍රිත ගැටළු

(94) පොළව මත එකම තිරස් මට්ටමේ පිහිටි A, B ලක්ෂ්‍යය දෙකක සිට පිළිවෙලින් P සහ Q නම් රොකට්ටු දෙකක් එකම මොහොතක දී ගුවන්ගත කරනු ලැබේ. P රොකට්ටුව නිශ්චලතාවයේ සිට $f(\underline{i} + 3\underline{j})$ ත්වරණයකින් යුතුව චලනය වේ. Q රොකට්ටුව $v(-\underline{i} + \underline{j})$ ආරම්භක ප්‍රවේගයකින් ද, $f(-\underline{i} + \underline{j})$ ත්වරණයකින් ද යුතුව චලනය වේ. i හා j යනු පිළිවෙලින් තිරස් හා සිරස් දිශා ඔස්සේ වූ ඒකක දෛශික වේ. රොකට්ටුවල ත්වරණ සැලසුම් කිරීමේ දෝෂයක් නිසා t_0 කාලයකට පසු C ලක්ෂ්‍යයක දී රොකට්ටු ගැටේ. P හා Q හි චලිත සඳහා ප්‍රවේග-කාල වක්‍ර ඇඳ $V = f t_0$ බව පෙන්වන්න. රොකට්ටු දෙක ගැටෙන ස්ථානයට පොළව මත සිට ඇති දුරත්, A හා B අතර දුරත් සොයන්න.

(95) උස h වූ ගසක මුදුනේ සිටින කුරුල්ලෙකු $f(2\underline{i} - \underline{j})$ ත්වරණයකින් යුතුව පියෑඹීමට පටන් ගනී. එම t_0 කාලයකට පසු ගස මුල සිටින කිරිල්ලියක් $3f(3\underline{i} + 4\underline{j})$ ත්වරණයකින් යුතුව පියෑඹීම අරඹයි. ඉන් තවත් T කාලයකට පසු කුරුල්ලා, කිරිල්ලිය ගුවනේ හමුවේ. මෙහි i හා j යනු තිරස් හා සිරස් දිශා ඔස්සේ ඒකක දෛශික වේ.

$T = \frac{t_0}{7}(2 + 3\sqrt{2})$ හා $h = [13T^2 + 2t_0T + t_0^2]$ බව පෙන්වන්න.

කිරිල්ලිය පියෑඹූ දුර $\frac{15fT^2}{2}$ බව පෙන්වන්න.

(96) OX, OY අක්ෂ දිශාවේ ඒකක දෛශික $\underline{i}$, $\underline{j}$ වේ. P අංශුවක් $2\underline{i} + 3k\underline{j}$ ලක්ෂ්‍යයෙන් $t = 0$ විට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. අංශුවේ ආරම්භක ප්‍රවේගය $k\sqrt{2}\,\underline{j}$ වේ. P අංශුව උපරිම උසට එළැඹෙන මොහොතේදී $2\underline{i} + 10k\underline{j}$ ලක්ෂ්‍යයෙන් Q අංශුවක් $2\sqrt{2}\,k\underline{j}$ ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. Q ට සාපේක්ෂව P අංශුවේ චලිතය සඳහා කාල-ප්‍රවේග වක්‍රයක් ඇඳ අංශු දෙක $\frac{\sqrt{2}\,(5k - 7g)}{4g}$ කාලයකට පසු ගැටෙන බව පෙන්වන්න.

ගැටෙන විට, P අංශුවේ ප්‍රවේගය $\frac{\sqrt{2}\,(5k - 7g)}{4}$ බව ද පෙන්වන්න.

මිශ්‍ර ගැටළු

(97) X ලක්ෂ්‍යයක සිට මුදාහරින ලද නිශ්චලතාවයේ ඇති A අංශුවක් ඒකාකාර f_1 ත්වරණයකින් යුතුව නැගෙනහිර දිශාවට චලනය වේ. A අංශුවේ වේගය u වන විට B අංශුවක් $4u$ වේගයකින් සහ f_2 ඒකාකාර මන්දනයකින් යුතුව X සිට h දුරක් බටහිරින් පිහිටි Y ලක්ෂ්‍යයක සිට නැගෙනහිර දිශාවට චලනය වීමට පටන් ගනී. A සහ B අංශු සඳහා එකම සටහනේ ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්ථාර ඇඳ $\dfrac{\{8f_1 - f_2\} > 2\text{h}}{f_1\{f_1 + f_2\} < u^2}$ වීම අනුව A සහ B අංශු දෙවරක් හමුවීම එක්වරක් පමණක් හමුවීම හෝ එක්වරක්වත් හමු නොවීම සිදුවන බව පෙන්වන්න.

(98) A නම් අංශුවක් P ලක්ෂ්‍යයක සිට උතුරු දිශාවට f ත්වරණයෙන් චලිතය අරඹයි. එහි ප්‍රවේගය u වන විට B නම් අංශුවක් $3u$ ප්‍රවේගයෙන් f^1 මන්දනයකින් P හි සිට d දුරක් දකුණෙන් පිහිටි O ලක්ෂ්‍යයේ සිට චලිතය අරඹයි. B ට සාපේක්ෂව A ගේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග-කාල සටහනක් ඇඳීමෙන් හෝ වෙනත් ක්‍රමයකින් $\dfrac{3f - f^1}{2f\{f + f^1\}} \;\substack{>\\ \\ <}\; \dfrac{\text{d}}{2}$ අනුව A හා B දෙවරක් හමුවන බවත්, A හා B එක්වරක් පමණක් හමුවන බවත්, A හා B හමුනොවන බවත් පෙන්වන්න.

(99) u ms ප්‍රවේගයකින් චලනය වන විදුලි සෝපානයක් මීටර් h දුරක් $3f$ ms^2 නියත මන්දනයක් සහිතව ගමන් කරයි. ඉන්පසු මීටර් 2h දුරක් $2f$ ms^2 නියත මන්දනයකින්ද, ඊළඟ මීටර් 3h දුරක් f ms^2 නියත මන්දනයකින් ද ගමන් කොට නිශ්චලතාවට පත්වේ. ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරය ඇසුරින් $u = 20f\text{h}$ බව පෙන්වන්න. මීටර් 6h දුරක් චලනය වීමට ගතවූ කාලය

තත්. $\dfrac{10\text{h}}{3u}\left[2 + \dfrac{(\sqrt{7} + 3\sqrt{3})}{\sqrt{10}}\right]$ බව පෙන්වන්න.

(100) නිශ්චලතාවයෙන් ගමන් අරඹන මෝටර් රථයක් f_1 ms^2 ඒකාකාර ත්වරණයකින් යුතුව චලනය වී u ms^2 ප්‍රවේගයක් ලබාගනී. ඉන්පසු එක්තරා කාලයක් නියත u ප්‍රවේගයෙන් ධාවනය වී f_2 ms^2 ඒකාකාර මන්දනයක් යටතේ නිශ්චලතාවට පත්වේ. ගමන් කළ මුළු දුර මීටර් d නම්, ගතවූ කාලය තත්. $\dfrac{\text{d}}{u} + \left(\dfrac{1}{f_1} + \dfrac{1}{f_2}\right)\dfrac{u}{2}$ බව පෙන්වන්න. f_1 සහ f_2 හි අගය f වද, u හි අගය u_0 වද වැඩිවිය නොහැකි නම්, ගතවූ මුළු කාලය $u_0^{\,2} < f\text{d}$ විට $\dfrac{u_0}{f} + \dfrac{\text{d}}{u_0}$ බවද, $u_0^{\,2} = f\text{d}$ විට $2\left(\dfrac{\text{d}}{f}\right)^{1/2}$ බවද පෙන්වන්න.

(101) t = 0 වන විට X නගරයකින් පිටත්වන A මෝටර් රථයක් f_1 නියත ත්වරණයක් සහිතව චලිත වී එක්තරා කාලයකට පසු උපරිම ප්‍රවේගයක් ලබාගනී. A පිටත්වන මොහොතේ ම X නගරය පසුකර එම දිශාවට u වේගයෙන් ගමන් කරන B රථයකට f_2 නියත මන්දනයක් ඇති අතර A

උපරිම වේගය ලබාගන්නා මොහොතේ ම B නිශ්චලතාවයට පත්වේ. ඉන්පසු A මෝටර් රථය නිශ්චලතාවයට පත්වන තෙක් f_1 නියත මන්දනයෙන් යුතුව ගමන් කරයි. B මෝටර් රථය t_0 කාලයක් පිරවුම්හලක නවතා තිබේ. ඉන්පසු එය f_2 නියත ත්වරණයක් ලබාගනිමින් චලනය වේ. Y නගරයක දී A මෝටර් රථය නිශ්චලතාවයට පත්වන මොහොතේ දී B මෝටර් රථය Y පසුකර යයි. A හා B සඳහා එකම සටහනේ ප්‍රවේග-කාල වක්‍ර ඇඳ $\left(1-\frac{f_2 t_0}{u}\right)^2 = \frac{2f_1}{f_2} - 1$ බව පෙන්වන්න. මෙම චලිතය පැවතීමට $2f_1 \geq f_2$ බව අපෝහනය කරන්න.

(102) A සහ B දුම්රිය දෙකක් සමාන්තර මාර්ග ඔස්සේ එකම දිශාවට ධාවනය වේ. A දුම්රියට ඒකාකාර ත්වරණයක්ද, B දුම්රියට ඒකාකාර මන්දනයක් ද ඇත. එක්තරා මොහොතකදී දුම්රිය දෙකේ ඉදිරිපස එකිනෙකට හරි කෙලින් පිහිටන අතර A සහ B දුම්රියවල ප්‍රවේග අතර අනුපාතය $k_1 : k_2$ වේ. A දුම්රියේ ත්වරණය සහ B දුම්රියේ මන්දනය යන දෙකම $\frac{2d\,(k_2 - k_1)}{(k_2 + k_1)\,t^2}$ ට සමාන බව පෙන්වන්න.

(103) ඒකාකාර මන්දනයකින් යුතුව ධාවනය වන A මෝටර් රථයක් $2u$ වේගයකින් Z ලක්ෂ්‍යයක් පසුකරගෙන යයි. t_0 කාලයකට පසු රථයේ වේගය u දක්වා අඩුවූ අතර ඉන්පසු u ඒකාකාර වේගයෙන් රථය ධාවනය විය. A රථය ඒකාකාර වේගයෙන් ධාවනය වීමට ආරම්භ වන මොහොතෙහි පළමු මෝටර් රථය චලනය වූ දිශාවට B මෝටර් රථයක් Z හි සිට පිටත් වේ. B මෝටර් රථය f ඒකාකාර ත්වරණයකින් චලනය වෙමින් t_1 කාලයකට පසු ku $(k > 1)$ වේගයක් ලබාගනී. ඉන්පසු B ඒකාකාර f මන්දනයකින් චලනය වේ. මෝටර් රථ දෙකේ ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාර එකම රූප සටහනේ ඇඳ $2k + \frac{1}{k} \leq 4 + \frac{3t_0}{t_1}$ නම්, B ට පසු A පසුකර යා නොහැකි බව පෙන්වන්න.

(104) X ලක්ෂ්‍යයක සිට මුදාහරින ලද නිශ්චලතාවයේ ඇති A අංශුවක් ඒකාකාර f_1 ත්වරණයකින් යුතුව නැගෙනහිර දිශාවට චලනය වේ. A අංශුවේ වේගය u වන විට B අංශුවක් $4u$ වේගයකින් සහ f_2 ඒකාකාර මන්දනයකින් යුතුව X හි සිට h දුරක් බටහිරින් පිහිටි Y ලක්ෂ්‍යයක සිට නැගෙනහිර දිශාවට චලනය වීමට පටන් ගනී. A සහ B අංශු සඳහා එකම සටහනේ ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්ථාර ඇඳ $\frac{\{8f_1 - f_2\} > 2h}{f_1\{f_1 + f_2\} < u^2}$ වීම අනුව A සහ B අංශු දෙවරක් හමුවීම එක්වරක් පමණක් හමුවීම හෝ එක්වරක්වත් හමු නොවීම සිදුවන බව පෙන්වන්න.

(105) P ලක්‍ෂ්‍යයක සිට නිශ්චලතාවයෙන් මුදාහරිනු ලබන අංශුවක් මුල් t_1 කාලයේ දී ඒකාකාර f ත්වරණයකින් යුතුව චලනය වේ. ඉන්පසු t_2 කාලයේ දී $2f$ මන්දනයකින් ද, නැවත $3f$ ත්වරණයකින් ද යුතුව චලනය වේ. (i) $t_1 > 2t_2$ (ii) $t_1 = 2t_2$ (iii) $t_1 < 2t_2$ අවස්ථා සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්ථාර අඳින්න. (i) අවස්ථාවේදී අංශුවේ චලිත දිශාව වෙනස් නොවන අතර ප්‍රවේගය ශූන්‍ය නොවන බව ද, (ii) අවස්ථාවේදී මොහොතකට පමණක් අංශුව නිශ්චලතාවයට පත්වන බව ද,

(iii) අවස්ථාවේදී අංශුවේ චලිත දිශාව වෙනස් වන බව ද පෙන්වන්න.

$k^2 + 5k - 5$ හෝ > 0 වීම අනුව අංශුව P පසු කොට දෙවරක් යාම, P කරා යාන්තමින් ළඟාවීම හෝ P කරා නැවත නොපැමිණීම සිදුවන බව පෙන්වන්න. මෙහි $K = \frac{t_1}{t_2}$

(106) පොළොව මත නිශ්චලතාවේ සිට සිරස්ව ඉහළට නගින බැලුනයක් $\frac{g}{7}$ ත්වරණයක් සහිතව චලනය වේ. t කාලයකට පසු බැලුනයේ සිට A වස්තුවක් අතහරිනු ලැබේ. තවත් $\frac{t}{4}$ කාලයකට පසු බැලුනයේ සිට B වස්තුවක්ද බිමට වැටෙන මොහොතෙහි B වස්තුව පොළොවට කොපමණ ඉහළින් පිහිටයිද?

(107) A ලක්ෂ්‍යයේ දී $7u$ kmh ප්‍රවේගයකින් චලනය වූ මෝටර් රථයක් ඒකාකාර මන්දනයකින් යුතුව ගමන් කරමින් මීටර් 5d දුරින් පිහිටි B ලක්ෂ්‍යයක් කරා ළඟාවන විටම එන්ජිමේ දෝෂයක් ඇති විය. එම මොහොතෙහි වාහනයේ වේගය $5u$ වූ අතර, වේගය වහාම $3u$ දක්වා අඩුකරන ලදී. මෙම වේගය ඒකාකාරව පවත්වා ගනිමින් තවත් මීටර් 3d දුරක් ගමන් කළ පසු රථය ඒකාකාර මන්දනයකින් යුතුව ගමන් කිරීමට සළස්වන ලදී. මන්දනයෙන් යුතුව ගමන් කළ දුර මීටර් 2d විය. ගමනය ගතවූ මුළු කාලය විනාඩි $\frac{57d}{300u}$ බව පෙන්වන්න. අවස්ථා දෙකෙහි මන්දනවල අගයන්ද සොයන්න.

(108) මෝටර් රථ ධාවන තරගයකදී A හා B මෝටර් රථ දෙකක් එකම මොහොතම එකම ස්ථානයකින් පිටත් වී එකිනෙකට සමාන්තර පථ ඔස්සේ චලනය වේ. A මෝටර් රථය f_1 ත්වරණයක් සහිතව t_1 කාලයක් ගමන් කළ පසු ඒකාකාර ප්‍රවේගයක් පවත්වා ගනී. B මෝටර් රථය f_2 $(f_2 > f_1)$ ත්වරණයක් සහිතව u ප්‍රවේගයක් ලැබෙන තෙක් චලනය වී ඉන්පසු ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරයි. ප්‍රවේග-කාල සහ විස්තාපන-කාල වක්‍ර අඳින්න. A විසින් B පසුකර යාමට ගතවන කාලය සොයන්න.

(109) පොළොව මත එක්තරා ස්ථානයක සිට නිදහස් කරන ලද බැලුමක් පළමු t කාලය තුළ $f(i + j)$ ත්වරණයකින් යුතුව චලනය වේ. සුළඟ හමන දිශාවට වෙනස්වීම නිසා ඉන්පසු ත්වරණය $f\ \frac{i}{2}$ වේ. මෙහි i සහ j තිරස් සහ සිරස් දිශා ඔස්සේ ඒකක දෛශික නිරූපණය කරයි. තිරස් හා සිරස් දිශා ඔස්සේ චලිත සඳහා ප්‍රවේග-කාල වක්‍ර ඇඳ 3t කාලයකට පසු ආරම්භක ලක්ෂ්‍යයේ සිට බැලුමට ඇති දුර සොයන්න.

(110) A සහ B පොළොව මත වූ ස්ථාන දෙකකි. $\overrightarrow{AB}$ ඔස්සේ ඒකක දෛශික i ද, AB ට ලම්බව සිරස්ව ඉහළට ඒකක දෛශිකය j ද ලෙස නිරූපණය කරනු ලැබේ. $t = 0$ විට A හි සිට සීරුවෙන් ගුවන්ගත කරන ලද X නම් රොකට්ටුවක් t කාලයක් තුල $f(i + j)$ ත්වරණයකින් ගමන් කිරීමෙන් පසු Y සහ Z නම් කොටස් දෙකකට වෙන්වේ. මෙම වෙන්වීමේදී ප්‍රවේගවල ක්ෂණික වෙනසක් ඇති නොවන බව සලකනු ලැබේ. Y ඉන්පසු $f(2i - j)$ ත්වරණයකින් යුතුව

ගමන් කොට B කරා ළඟාවේ. Z කොටස $3f\,j$ ත්වරණයකින් යුතුව චලනය වේ. සුදුසු ප්‍රවේග-කාල වක්‍ර ඇඳ එමගින් A සහ B අතර දුර සොයන්න. Y කොටස B කරා එළඹෙන විට Z කොටස AB මට්ටමට කොපමණ ඉහළින් පිහිටියේද?

(111) පොළව මත තිරස් මට්ටමේ පිහිටි A, B නම් ලක්ෂ්‍ය දෙකක සිට පිළිවෙලින් X සහ Y නම් රොකට්ටු දෙකක් එකම මොහොතේ ගුවන්ගත කරනු ලැබේ. X රොකට්ටුව නිශ්චලතාවයේ සිට $2f(3i + 4j)$ ත්වරණයකින් යුතුව චලනය වේ. Y රොකට්ටුව $\frac{1}{2}v(-3i + 4j)$ ආරම්භක ප්‍රවේගයකින චලිතය අරඹා $f-(-3i + 4j)$ ත්වරණයකින් යුතුව ගමන් කරයි. i හා j යනු පිළිවෙලින් තිරස් හා සිරස් දිශා ඔස්සේ වූ ඒකක දෛශික වේ. t_0 කාලයකට පසු අවකාශයේ C නම් ලක්ෂ්‍යයකදී රොකට්ටු දෙක ගැටේ. X හා Y හි චලිත සඳහා ප්‍රවේග-කාල වක්‍ර ඇඳ $t_0 = \frac{v}{f}$ බව පෙන්වන්න. C සිට AB ට ලම්බ දුරත් A සහ B අතර දුරත් සොයන්න.

(112) පොළව මත ලකෂ්‍යයක සිට A අංශුවක් $3u$ ප්‍රවේගයෙන් සිරස්ව ඉහළට ප්‍රක්ෂේප කරන විටම සිරස්ව ඉහළ h උසකින් පිහිටි ලකෂ්‍යයක සිට B අංශුවක් $2u$ ප්‍රවේගයෙන් සිරස්ව පහළට ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. A සහ B එකිනෙක මුහුණලා ගැටෙයි. ගුරුත්වජ ත්වරණය g නම්, ගැටෙන මොහොතේදී A සහ B හි ප්‍රවේග පිළිවෙලින් $\frac{15u^2 - gh}{5u}$ සහ $\frac{10u^2 + gh}{5u}$ බව ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්ථාරයක් ඇසුරින් පෙන්වන්න. ගැටුම් ලකෂ්‍යයට පොළොවේ සිට පවතින උස සොයන්න.

(113) මිනිසෙක් යාන්ත්‍රික වේදිකාවක් මත සිට ගුරුත්වය යටතේ බෝලයක් සිරස්ව ඉහළට විසිකරන මොහොතේදීම වේදිකාව i බෝලය විසිකරන වේගය V මෙන් $\frac{1}{n}$ ගුණයක ඒකාකාර වේගයෙක් පහළ බසී නම් බෝලයේ හා වේදිකාවේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාල වක්‍ර වෙන වෙනම අඳින්න. ඒ ඇසුරින්,

(i) $\frac{2V}{ng}(1 + n)$ කාලයකදී නැවත බෝලය මිනිසා අතට පත්වන බැවින්

(ii) ඒ වනවිට බෝලය ගමන්කර ඇති මුළු දුර $\frac{V^2}{g}\left[1 + \frac{2(n+1)}{n^2}\right]$ බවත් පෙන්වන්න.

(114) සරල රේඛාවක චලනය වන අංශුවක පිහිටීම එහි නිර්දේශ ලකෂ්‍යයක සිට ආරම්භයේදී a වන අතර එයට තත්පර $\hat{n}$ කාලයකට පසු පිහිටීම b වේ. තත්පර $2\hat{n}$ කාලයකට පසු c සහ තත්පර 3n කාලයකට පසු පිහිටීම $\hat{d}$ වේ. වස්තුවේ ත්වරණය ඒකාකාර නම් $\hat{d} - \hat{a} = 3(\hat{c} - \hat{b})$ බැවිද ත්වරණය $\frac{(\hat{c} + \hat{a} - 2\hat{b})}{n^2}$ බැව් ද පෙන්වන්න. අංශුවේ ආරම්භක ප්‍රවේගයද සොයන්න.

(115) කණුවක් මුදුනේ සිට සීරුවෙන් ගලක් හෙලනු ලැබේ. එය m දුරක් වැටී ඇති මොහොතේදී, කණුව මුදුනේ සිට n දුරක් පහළින් වූ ලකෂ්‍යයක සිට තවත් ගලක් සීරුවෙන් හෙලනු ලැබේ. ගල් දෙකම පොළොව මත එක විට පතිත වේ නම් කණුවේ උස $\frac{(m+n)^2}{4m}$ බව පෙන්වන්න.

(116) පොළොව මත O ලක්ෂ්‍යයක සිට A අංශුවක් αu ප්‍රවේගයෙන් ඉහළට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. t වෙලාවකට පසු O ට h උසින් වූ ලක්ෂ්‍යයක සිට B අංශුවක් βu ප්‍රවේගයෙන් සිරස්ව ඉහළට ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. අංශු දෙකම සිරස්ව ඉහළට චලිත වෙමින් පවතින විටදී එකිනෙක ගැටෙන්නේ නම්, ගැටෙන මොහොත දක්වා චලිත නිරූපණය වන සේ ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්ථාර එකම සටහනේ නිර්මාණය කරන්න. ගුරුත්වජ ත්වරණය g නම් දෙවන අංශුව ප්‍රක්ෂේප කළ මොහොත පටන් ගැටුම දක්වා ගතවන කාලය $\dfrac{2\alpha u\mathrm{t} - \mathrm{g}\mathrm{t}^2 - 2\mathrm{h}}{2(\beta u - \alpha u + \mathrm{g}\mathrm{t})}$ බව පෙන්වන්න. B අංශුව උපරිම ලක්ෂ්‍යයේ පවතින විටදී ගැටුම සිදුවන්නේ නම්, $u^2 \geq \dfrac{2\mathrm{gh}}{\alpha^2 - \beta^2}$ බව අපෝහනය කරන්න.

(117) දුම්රියක් සහ මෝටර් රථයක් සමාන්තර සරල රේඛීය මාර්ග ඔස්සේ එකම දිශාවට චලනය වේ. ආරම්භයේ දී මෝටර් රථය නිශ්චලව පවතින අතර, දුම්රියේ ප්‍රවේගය u වෙයි. ආරම්භයේ දී මෝටර් රථයේ සහ දුම්රියේ පසුපස කෙළවරවල් එක එල්ලේ පිහිටයි. මෝටර් රථයේ සහ දුම්රියේ ත්වරණ පිළිවෙලින් $9f$ හා $3f$ වේ. මෝටර් රථයේ සහ දුම්රියේ උපරිම ප්‍රවේග පිළිවෙලින් $4u$ සහ $2u$ වේ. ඒවා උපරිම වේග ලබාගත් පසු එම වේගවලින් ඒකාකාරව චලිත වේ. චලිත නිරූපණය වන සේ ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්ථාර එකම සටහනේ නිර්මාණය කරන්න. දුම්රියේ උපරිම වේගය ලබාගන්නා මොහොතේදී දුම්රියේ සහ මෝටර් රථයේ ඉදිරිපස කෙළවරවල් එක එල්ලේ පිහිටයි. දුම්රියේ සහ මෝටර් රථයේ දිග පිළිවෙලින් a සහ b වේ නම්,
$u^2 = 6\,(a - \mathrm{b})\,f$ බව පෙන්වන්න.

(118) තිරස් පොළොවේ සිට Hm ඉහළින් නවතා ඇති හෙලිකොප්ටරයකින් පැරෂුට්කරුවෙකු නිසලතාවයෙන් සිරස්ව පවතී. ඔහුගේ මුළු ස්කන්ධය Mkg වන අතර පැරෂුට් දිග හැරීමට පෙර මුල් ප්‍රතිරෝධී බලය $(1 - \lambda)$ M kg වන අතර $0 < \lambda < 1$ වේ. පැරෂුට්කරු පැන Ts කාලයකදී පළමු පැරෂුටය දිග හැරීමට මුළු ප්‍රතිරෝධී බලය $(1 + \lambda)$ M kg වේ. පොළව මතට ළඟාවන විට පැරෂුට්කරුගේ ප්‍රවේගය ශූන්‍ය වන්නේ නම් $\mathrm{T}^2 = \dfrac{2\mathrm{Hn}^2}{(\mathrm{g}\,(4\mathrm{n}^2 - 3\mathrm{n} + 1)}$ බව පෙන්වන්න. පැරෂුටය දිග හැරීමේදී ගැස්මක් ඇති නොවන බව පෙන්වන්න. පැරෂුටය දිග හැරීමේදී ගැස්මක් ඇති නොවන බව උපකල්පනය කරන්න.

(119) t = 0 වේලාවේ දී බැලුනයක් බිම සිට සීරුවෙන් මුදා හරී. එය g ඒකාකාර ත්වරණයෙන් සිරස්ව උඩට ගනී. t = T වේලාවේ දී බිම පිහිටි එම ලක්ෂ්‍යයෙන්ම u ප්‍රවේගයකින් ගලක් සිරස්ව ඉහළට විසි කරන ලදී. ගල හා බැලුනය සඳහා එකම සටහනේ ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්ථාර ඇඳ ගල බැලුම යන්තම් ස්පර්ශ කරන්නේ $\mathrm{U} = (1 + \sqrt{2})\mathrm{g}\,\mathrm{T}$ නම් බව සාධනය කරන්න. ගල නැවත පොළවට වැටෙන මොහොත වන විට බිම සිට බැලුනයට උස සොයන්න. g යනු ගුරුත්වජ ත්වරණයයි.

(120) A, B යනු එකිනෙක 561 m දුරින් වූ ලක්ෂ්‍යය දෙකකි. P අංශුවක් A සිට $10\mathrm{ms}^{-1}$ ක ප්‍රවේගයෙන් චලිතය අරඹා B දෙපස ත්වරණයෙන් $4\mathrm{ms}^{-2}$ ගමන් කරයි. එයට තත්පරයකට පසුව B සිට $20\mathrm{ms}^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් ගමන් අරඹන Q අංශුවක් $2\ \mathrm{ms}^{-2}$ ත්වරණයෙන් A දෙසට ගමන් කරයි. P හා Q අංශුන් C හිදී හමුවේ නම් AC : CB = 100 : 87 බව පෙන්වන්න.

(121) බස් රථයන් දෙකක් සමාන්තර මාර්ග දෙකක එකම දිශාවලට චලනය වේ. එක් බස් රථයක් ඒකාකාර ත්වරණයෙන්ද, අනෙක් බස් රථය ඒකාකාර මන්දනයෙන් ද චලනය වන අතර එක්තරා අවස්ථාවකදී, එකම ස්ථානයකදී ඒවායේ ප්‍රවේග අතර අනුපාතය 1 : n වේ. (n > 1) කාලය T යට පසු විස්ථාපනය S වන ස්ථානයකදී එක් බස් රථයක් අනෙක පසු කරයි. එම මොහොතේදී ඒවායේ ප්‍රවේග අතර අනුපාතය n : 1 වේ. එකම සටහනක ප්‍රවේග කාල වක්‍ර අඳින්න. එමගින්,

(i) බස් රථවල ඒකාකාර ත්වරණය සහ මන්දනය $\dfrac{2s\,(n-1)}{T^2\,(n+1)}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) බස් රථ දෙක $\dfrac{s}{2}$ ක් විස්ථාපනය වූ පසු ඒවායේ ප්‍රවේග $\dfrac{s\sqrt{2n^2+2}}{T\,(n+1)}$ බව පෙන්වන්න.

(122) A, B මෝටර් රථ දෙකක් පිළිවෙලින් $10\ ms^{-1}$, $8\ ms^{-1}$ ප්‍රවේග වලින් යුතුව සෘජු පටු මාර්ගයක් ඔස්සේ එකිනෙකට මුහුණලා ධාවනය වේ. මෝටර් රථ දෙක අතර දුර 36 m තිබියදී, වාහන ගැටීමට යන බව වැටහීමෙන් රියදුරෝ දෙදෙනාම එකවර තිරිංග නාද කරයි. එකම මොහොතක වාහන නොගැටී යන්තමින් නවත්වා ගැනීමට ඔවුන් සමත් වේ.

(i) තිරිංග යෙදීමෙන් පසු වාහන නවත්වා ගැනීමට ගතවූ කාලය

(ii) එක් එක් වාහනයේ ඒකාකාර මන්දනය

(iii) එක් එක් පථය ඒකාකාර මන්දනයෙන් චලිත වූ දුරද සොයන්න.

(123) A මෝටර් රථය f ඒකාකාර ත්වරණයෙන් සරල රේඛීය මාර්ගයක ගමන් කරන අතර එහි උපරිම වේගය 4u වේ. එම මාර්ගයේම $2f$ ඒකාකාර ත්වරණයෙන් එම දිශාවටම ගමන් කරන B නම් රථයකට 6u උපරිම වේගයක් ඇත. ආරම්භයේ දී A හා B එක ළඟ පිළිවෙලින් පිහිටන අතර, A හා B ගේ ප්‍රවේග පිළිවෙලින් $2u$ හා u වේ. A හා B උපරිම වේග ලබාගන්නේ පිළිවෙලින් t_1 හා t_2 කාලවලදීය. A මෝටර් රියත්, B මෝටර් රියත් නැවත එක ළඟට එන්නේ $t_3\ (> t_2)$ කාලයේදීය. රථ දෙක සඳහා ප්‍රවේග-කාල වක්‍ර එකම සටහනක ඇඳ එමගින්,

(i) $t_2 > t_1$ බවත් (ii) $t_3 = \dfrac{17u}{8f}$ බව පෙන්වන්න.

(123) f නියත ත්වරණයෙන් චලනය වන $\dfrac{ku^2}{f}$ දිගකින් යුත් දුම්රියකට 4u උපරිම වේගයක් ඇත. දුම්රිය මාර්ගයට සමාන්තර මාර්ගයක එය ගමන් කරන දිශාවට ගමන් කරන මෝටර් රථයකට 2f නියත ත්වරණයක් ද, 6u උපරිම වේගයක් ද ඇත. t = 0 විට දුම්රියේ පසු කෙළවරත්, මෝටර් රියේ ඉදිරි කෙළවරත් එක එල්ලේ ඇත. එවිට දුම්රියේ හා මෝටර් රියේ වේග පිළිවෙලින් 2u හා u බැගින් වේ. දුම්රියත්, මෝටර් රියත් උපරිම වේග ලබාගන්නේ $t = t_1$ හා $t = t_2$ වේලාවලදීය. දුම්රියේත්, මෝටර් රියේත් ඉදිරිපසවල එක එල්ලේ පිහිටන්නේ $t = t_3$ $(t_3 > t_2)$ වේලාවලදීය. දෙකෙහිම චලිත සඳහා ප්‍රවේග-කාල වක්‍ර එකම සටහනේ අඳින්න. එනයින් දුම්රියේ පසු කෙළවර යලිත් වරක් මෝටර් රියේ ඉදිරිපස සමඟ එක එල්ලේ පිහිටන බව පෙන්වන්න.

(i) $t_3 = (4k+17)\ \dfrac{u}{8f}$ බවත් (ii) $K > \dfrac{3}{4}$ බවත් පෙන්වන්න.